
NOTES D'ÉTUDES

ET DE RECHERCHE

**LA MODELISATION VAR STRUCTUREL :
APPLICATION A LA POLITIQUE MONETAIRE
EN FRANCE**

Catherine Bruneau et Olivier De Bandt

Janvier 1998

NER # 52



DIRECTION GÉNÉRALE DES ÉTUDES
DIRECTION DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES ET DE LA RECHERCHE

**LA MODELISATION VAR STRUCTUREL :
APPLICATION A LA POLITIQUE MONETAIRE
EN FRANCE**

Catherine Bruneau et Olivier De Bandt

Janvier 1998

NER # 52

Les Notes d'Études et de Recherche reflètent les idées personnelles de leurs auteurs et n'expriment pas nécessairement la position de la Banque de France.

La modélisation VAR Structurel : application à la politique monétaire en France

Catherine Bruneau*
Olivier De Bandt†

Janvier 1998

Résumé

L'article discute de l'intérêt et des limites de la modélisation VAR "structurel". On explicite les choix que le modélisateur doit opérer aux différentes étapes de la procédure. Une illustration de ces principes est fournie par une analyse des chocs de politique monétaire en France sur la période 1972:1-1995:2. En comparaison des travaux antérieurs portant sur ce pays, le résultat essentiel est la mise en évidence, au niveau des fonctions de réponse aux chocs, d'un effet statistiquement significatif de la politique monétaire sur l'activité et l'inflation. On introduit pour cela une variable supplémentaire mesurant la politique budgétaire. En revanche, l'article invite à interpréter avec prudence l'autre instrument de la modélisation VAR, à savoir les simulations historiques. La raison essentielle est qu'il est difficile de distinguer l'effet des différents chocs qui agissent de façon décalée. Dans ce type de modèle la récession de 1993 semble s'expliquer par un choc persistant sur l'activité, assimilable à un choc d'offre. Nous présentons néanmoins une variante dans laquelle le repli de la production est plus nettement causé par des chocs de demande mesurant le ralentissement de l'activité chez les principaux partenaires de la France. Toutefois dans ce cas les fonctions de réponse ont un profil légèrement moins significatif sur le plan statistique.

Mots clés: VAR, modèles structurels, séries temporelles, estimation, chocs monétaires, France.

Correspondance: Catherine Bruneau, Université Paris X, Thema, 200 av. de la République, 92001 Nanterre Cedex, e-mail: cbruneau@u-paris10.fr. Olivier De Bandt, Banque de France, 39 rue Croix-des-petits champs, 75049 Paris Cedex 01.

*Université Paris X (Thema)

†Banque de France. L'article exprime les opinions des auteurs et ne saurait engager les institutions auxquelles ils appartiennent. Nous remercions J. Cordier et P. Sicsic pour leurs remarques et suggestions, tout en demeurant responsables des éventuelles erreurs ou imprécisions.

1 Introduction

Le but de cet article est de discuter l'intérêt et les limites des techniques d'analyse économique fondées sur les modèles vectoriels autorégressifs (VAR) structurels. Ces derniers ont été introduits au milieu des années 80, en réponse aux critiques adressées à l'utilisation qui était faite des modèles VAR non-contraints pour analyser la propagation d'impulsions selon les principes préconisés par Sims (1980).

En effet les innovations canoniques, naturellement associées à un modèle VAR non-contraint, représentent des chocs ou impulsions dont la propagation se traduit par les fluctuations du système dynamique étudié. Cependant, l'analyse statistique correspondante n'est facile en mettre en oeuvre que dans le seul cas où les impulsions sont non-corrélées instantanément, ce qui permet alors de mesurer simplement la contribution de chaque impulsion à la dynamique des différentes séries du système, et, plus précisément, à la variance des erreurs de prévision s'y rapportant. Si les chocs ne sont pas indépendants, on peut effectuer une orthogonalisation "statistique", comme l'ont montré les premiers travaux de Sims(1980), reposant sur la décomposition de Choleski de la variance des innovations canoniques. Mais ce mode d'orthogonalisation présente l'inconvénient de ne pas autoriser une interprétation économique des impulsions ainsi obtenues. De nombreux auteurs, depuis Shapiro et Watson (1988) et Blanchard et Quah (1989) ont alors proposé d'identifier des impulsions structurelles, qui soient interprétables économiquement: chocs d'offre, de demande, de politique économique, etc. D'un point de vue économétrique, celles-ci sont estimées comme des fonctions des innovations canoniques du système, obéissant à des contraintes identifiantes issues de la théorie économique.

Pour simplifier l'exposé, nous distinguerons plusieurs étapes dans la procédure d'estimation d'un modèle VAR structurel, mais il est important de souligner dès à présent que les résultats obtenus lors d'une étape peuvent remettre en question les choix effectués à une étape antérieure. Par ailleurs nous nous efforcerons de montrer que l'estimation d'un modèle VAR structurel doit conjuguer en permanence inférence et déduction et ne doit en aucun cas conduire à l'élaboration d'une boîte noire qui masquerait les *a priori* économiques qui sont sans doute aussi importants, pour l'analyse, que les techniques statistiques mises en oeuvre.

Lors d'une première étape, il s'agit de déterminer quelles séries doivent être observées pour identifier les impulsions structurelles responsables de la dynamique étudiée. Une question importante à ce stade concerne le degré de persistance de cette dynamique: quelles séries sont intégrées, éventuellement cointégrées, ou, au contraire, stationnaires autour d'une dérive déterministe.

Dans un deuxième temps, il faut expliciter les *a priori* économiques nécessaires à l'identification des impulsions structurelles et, conjointement, décrire la méthode statistique d'estimation de ces impulsions à partir des séries observées. La dernière étape consiste à étudier les réponses du système aux impulsions structurelles identifiées à l'étape précédente et à calculer en particulier les intervalles de confiance s'y rapportant.

C'est à cette étape là seulement que l'analyse économique peut être développée sur la base des résultats empiriques obtenus. L'exercice économétrique est réussi lorsque les chocs structurels sont bien identifiés, ainsi que leurs effets, qui doivent être significatifs

et conformes à la théorie économique, pour permettre *in fine* de mesurer et d'anticiper les effets d'une politique économique.

Notre présentation de la méthodologie des modèles VAR "structurels" et des différentes étapes mentionnées ci-dessus s'appuie sur un exemple précis, à savoir l'identification des effets de la politique monétaire en France. Nous illustrons notre discussion des modèles VAR en nous référant constamment à cet exemple.

La section 2 explicite les choix à effectuer quant au système de variables étudiées. La section 3 développe les principes d'identification des chocs et la section 4 aborde les méthodes d'estimation. Le calcul des intervalles de confiance sur les fonctions de réponse aux chocs est présenté en section 5. La section 6 introduit un outil parfois utilisé dans les travaux d'économie appliquée, à savoir les décompositions historiques. Enfin, la section 7 synthétise les résultats de notre exemple portant sur l'identification des chocs de politique monétaire.

2 Choix du système de variables et représentation de leur persistance

Comme indiqué ci-dessus, nous avons choisi d'étudier plus particulièrement les effets de la politique monétaire en France sur l'activité et sur les prix. C'est pourquoi nous avons retenu le système $(\Delta PIB, \Delta^2 P, \Delta(\tau^F - \tau^G), S/PIB)$ comprenant notamment le PIB en volume, l'inflation (mesurée par le déflateur de la consommation des ménages), un taux d'intérêt de court-terme (plus précisément le différentiel entre les taux d'intérêt à court terme en France et en Allemagne), représentatif de la politique monétaire. Dans une étude similaire, portant sur plusieurs pays de l'OCDE, Gerlach et Smets (1995) ont retenu le même type de séries, la seule différence résidant dans le choix de la variable de taux d'intérêt nominal, à la place du différentiel de taux. Par ailleurs, comme la politique monétaire est liée à la politique budgétaire, nous avons choisi d'ajouter une quatrième composante représentative de cette politique, à savoir le ratio solde budgétaire primaire sur PIB¹. Les données sont trimestrielles et portent sur la période 1972.1-1995.2². En effectuant les tests usuels de racine unitaire (Dickey-Fuller, Phillips-Schmidt), on conclut que la première variable est la combinaison d'une tendance déterministe et d'une tendance stochastique (après transformation en logarithmes), que le glissement annuel des prix, de même que le différentiel de taux d'intérêt sont stationnaires en différence (cf. tableau 1 en annexe). On note que l'on pourrait aussi représenter l'inflation comme une série stationnaire avec deux régimes, mais il conviendrait alors d'étudier la propagation du choc structurel correspondant à ce changement de régime que l'on peut situer aux alentours du plan Delors en 1983-1984. Cela affecterait indirectement l'estimation d'un modèle VAR structurel réalisée selon les règles usuelles: le changement de régime influence en effet les innovations du système à partir desquelles sont identifiées les impulsions

¹La variable introduite est le solde Ressources moins Emplois des Administrations publiques hors charges de la dette publique (source: Comptes Trimestriels).

²Les séries sont issues de la BRI (PIB: RHGBFR01, taux d'intérêt: HEEAFR02, HEEADE02) ou des Comptes Trimestriels de l'INSEE.

structurelles³. Dans le cadre de cet article, on n'étudie pas à proprement parler l'effet du changement de régime⁴. Enfin, le ratio Solde budgétaire primaire / PIB est aussi considéré comme stationnaire.

On peut noter que Gerlach et Smets (1995) choisissent de spécifier la dynamique des taux d'intérêt nominaux comme étant stationnaire (en niveau). Cependant, les résultats des tests de racine unitaire permettent aussi de conclure que le taux d'intérêt réel est stationnaire en différence sur l'ensemble de la période (cf. Tableau 1). De plus, dans notre système, le différentiel de taux pourrait être considéré comme une variable stationnaire sur la dernière partie de l'échantillon. Toutefois, comme nous le montrons en section 7, une telle hypothèse ne modifie pas les résultats principaux de cette étude, dans la mesure où l'on choisit d'introduire, dans le cas particulier considéré, un nombre relativement important de retards dans la spécification autorégressive.

L'analyse multivariée du rang de cointégration, selon la méthodologie de Johansen (1988), permet de conclure à l'absence de relation de cointégration. Par conséquent, on postule une représentation VAR de la dynamique des séries stationnarisées, sans cointégration.

En ce qui concerne l'ordre du modèle VAR, l'ordre retenu peut reposer sur un critère statistique (Akaike, Schwartz, Hannan). Néanmoins ce n'est pas le seul critère qu'il convient de prendre en compte et, comme pour de nombreuses autres techniques économétriques, il existe un retour de l'estimation sur l'identification, ce qui peut conduire à accepter un nombre de retards plus important. Dans notre cas, le critère d'Akaike retiendrait 2 retards, mais ce sont en fait les résultats obtenus aux étapes suivantes qui justifient le choix de l'ordre 5. En effet, un VAR d'ordre plus faible conduit à un "price puzzle" mis en évidence par Sims (1992): on constate par exemple qu'un choc monétaire restrictif identifié à partir d'un VAR d'ordre 2, entraîne une augmentation de l'inflation⁵. On trouve là l'illustration d'un "feedback" des résultats relatifs aux effets des chocs structurels sur la spécification de l'ordre du VAR, normalement spécifiée à une étape antérieure. Pour l'économiste, le choix d'un nombre élevé correspond à la nécessité de prendre en compte les délais relativement longs de la politique monétaire.

Rappelons que la transformation de séries non-stationnaires en séries en différence première peut conduire à une mauvaise spécification statistique si les séries sont cointégrées: c'est en effet le modèle à correction d'erreur (Engle et Granger (1987)) qui est adapté

³Le résidu, et donc l'estimation de l'innovation, est modifié par l'introduction de variables muettes supplémentaires dans la régression. Les résidus demeurent néanmoins orthogonaux aux variables exogènes et les techniques habituelles décrites dans ce papier continuent de s'appliquer. Voir Bruneau et De Bandt (1999).

⁴Il est intéressant de noter que l'on pourrait étudier "directement" les effets du changement de régime d'inflation sur le système, assimilé à un choc "déterministe", mais que le mode usuel de caractérisation des réponses devrait alors être modifié (Bruneau, 1996). En particulier, on peut montrer que les seuls multiplicateurs dynamiques, usuellement calculés, ne sont plus suffisants pour caractériser la propagation d'un choc déterministe, parce que celle-ci dépend aussi directement des paramètres du modèle VAR, caractéristique du mécanisme de transmission.

⁵Des études relatives aux Etats-Unis (Christiano, Eichenbaum et Evans (1994), par exemple) ont montré que l'introduction d'une variable supplémentaire de prix du pétrole ou des matières premières permet de réduire l'effet du "price puzzle". En effet, dans ce cas, on intègre dans l'analyse l'information dont dispose la Banque Centrale sur l'évolution future de l'inflation.

dans ce cas, où, de manière équivalente, un modèle VAR dit “contraint” (Warne (1993), Mellander et al. (1992)). Il faut alors introduire les variables d’écart aux relations de “long-terme” qui doivent être substituées à autant de différences premières des séries initiales..

3 Principes et méthodes d’identification des chocs

Une étape fondamentale de la modélisation VAR “structurel” conduit à passer des chocs issus d’un VAR canonique à des chocs pouvant être interprétés sur le plan économique. Cette phase d’identification repose sur un certain nombre d’hypothèses qu’il convient de rappeler (sous-section 3.1.), puis d’expliciter en considérant deux représentations équivalentes: la forme moyenne mobile issue de “l’inversion” du VAR et le VAR structurel qui se révèle surtout important à des fins d’estimation (sous-section 3.2.); la sous-section 3.3. décrit les différentes méthodes d’identification (orthogonalisation des chocs, contraintes de court et de long terme).

3.1 Hypothèses fondamentales

Lorsque les séries ont été choisies et, corrélativement, les composantes du modèle VAR, c’est-à-dire, selon les cas, séries en niveau, en différences premières, ou variables d’écart aux relations de long-terme associées aux relations de cointégration, on procède à l’identification des impulsions structurelles. Cette identification repose sur trois hypothèses fondamentales:

1) L’économie, représentée par un vecteur de séries observables $X_t = (X_{1t}, \dots, X_{nt})'$ à chaque date t , résulte de la combinaison dynamique de n chocs structurels passés, $\omega_{1s}, \dots, \omega_{ns}$, $s \leq t$. Il s’agit de chocs que l’on souhaite pouvoir interpréter économiquement: dans le cas présent, on observe quatre séries, le PIB, l’inflation, le différentiel de taux d’intérêt nominal et le ratio “Solde Budgétaire/PIB” et on cherche à identifier à partir de ces séries un choc d’offre, deux chocs de demande (demande privée et politique budgétaire⁶) et un choc de politique monétaire.

2) En écrivant $EL(\cdot)$ l’opérateur de régression linéaire, le vecteur des innovations canoniques $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \dots, \varepsilon_{nt})'$ de la date t , se définit comme:

$$\varepsilon_{it} = X_{it} - EL(X_{it}/\underline{X_{it-1}}; 1 \leq i \leq n)$$

et résulte de la combinaison instantanée des chocs structurels⁷.

Les innovations canoniques ε_{it} , $1 \leq i \leq n$ sont les plus petites parties imprévisibles des différentes séries à cette date, compte-tenu de l’information relative à l’ensemble des

⁶Le choc associé à l’équation de déficit public est plus large qu’un choc de demande publique puisqu’il inclut l’impact des opérations de répartition (impôts et prestations sociales) au delà des dépenses publiques (consommation et investissement public).

⁷On remarquera que les innovations dépendent de manière cruciale de la représentation multivariée de la dynamique.

valeurs passées du vecteurs X_t à la date t , $\{\underline{X}_{1t-1}; \dots; \underline{X}_{nt-1}\}$. En ce sens, elles sont représentatives de “surprises” qui résultent de “chocs”.

L'estimation des innovations canoniques est réalisée, selon les principes préconisés par Sims (1980, 1981), à partir d'une représentation vectorielle autorégressive de la dynamique (Var canonique) :

$$X_t = \sum_{j=1}^p A_j X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Le processus ε_t est alors un bruit blanc de matrice de variance-covariance Σ . A chaque date t , les innovations ε_{it} sont estimées simplement comme les résidus des régressions correspondant à l'estimation, équation par équation, du modèle VAR:

$$\widehat{\varepsilon}_{it} = X_{it} - \sum_{h=1}^p \widehat{A}_{ij,h} X_{j,t-h}, 1 \leq i \leq n$$

3) On suppose qu'à chaque date t les innovations canoniques s'expriment comme une combinaison linéaire des chocs structurels ω_t :

$$\varepsilon_t = P\omega_t \quad (2)$$

Dans l'étude présente, à partir des résidus des équations de PIB, d'inflation, de différentiel de taux d'intérêt et de déficit public, nous cherchons à identifier les quatre chocs précédemment cités (choc d'offre, de demande privée, choc de politique monétaire et de politique budgétaire, respectivement notés $\omega_s, \omega_d, \omega_m, \omega_p$).

On dit que l'on a identifié les impulsions ω_t lorsqu'on peut en proposer une estimation, pour les différentes dates de la période choisie, à partir des n séries observables X_i retenues pour décrire le système étudié.

Par conséquent, l'identification des impulsions structurelles est acquise, dès que la matrice de passage P est estimée, puisque l'on peut écrire:

$$\widehat{\omega}_t = \widehat{P}^{-1} \widehat{\varepsilon}_t$$

L'intérêt de ces hypothèses apparaît plus clairement si l'on considère les deux représentations équivalentes du VAR canonique, à savoir l'écriture moyenne mobile et le VAR structurel. C'est l'objet de la section suivante.

3.2 Deux représentations équivalentes: écriture moyenne mobile et VAR structurel

Nous présentons successivement l'écriture moyenne mobile et le VAR structurel.

3.2.1 Ecriture moyenne mobile

Une étape importante de la modélisation VAR est “l’inversion” du VAR canonique, conduisant à l’écriture moyenne mobile, canonique ou structurelle, selon que l’on transforme ou non les chocs par la matrice P introduite en (2). On obtient alors les deux outils traditionnels de la modélisation VAR : les fonctions de réponse aux chocs et les décompositions de la variance de l’erreur de prévision.

Pour caractériser les réponses du système aux impulsions il convient en effet de considérer l’écriture moyenne-mobile ou décomposition de Wold de la dynamique. Il est important de noter que cette décomposition existe toujours, que la dynamique soit ou non autorégressive, pourvu qu’elle soit stationnaire. Elle s’écrit :

$$X_t = \sum_{h=0}^{\infty} C_h \varepsilon_{t-h} = C(L)\varepsilon_t \quad (3)$$

où $C(L) = \sum_{h \geq 0} C_h L^h$, avec unicité des multiplicateurs dynamiques C_h , $h \geq 0$.

La décomposition précédente faisant ainsi intervenir un nombre infini de paramètres même si on suppose, selon l’usage, que toutes les impulsions sont nulles avant la date 0 :

$$X_t = \sum_{h=0}^{t-1} C_h \varepsilon_{t-h}$$

Cependant, lorsque la dynamique peut être représentée par un modèle VAR (stationnaire) d’ordre fini p , comme (1), les matrices C_h , $h \geq 0$, sont fonction des paramètres du modèle VAR (en nombre fini) parce que la décomposition de Wold est obtenue en “inversant” le modèle VAR⁸.

⁸Si le VAR est d’ordre 1 ($p = 1$), on écrit :

$$\begin{aligned} X_t &= AX_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= A(AX_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t \\ &= A^t x_0 + \sum_{h=0}^{t-1} A^h \varepsilon_{t-h} \\ &\approx \sum_{h=0}^{t-1} A^h \varepsilon_{t-h} \end{aligned}$$

où A désigne la matrice caractéristique du modèle VAR d’ordre égal à un. Dans ce cas, $C_h \simeq A^h$.

Lorsque le modèle VAR est d’ordre $p \geq 2$, $A(L) = \sum_{h=1}^p A_h L^h$, on peut décrire la dynamique par un modèle VAR d’ordre un, en introduisant le vecteur d’état :

$$Y_t = (X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-p+1})'$$

et la matrice \tilde{A} , définie par :

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \cdot & \cdot & A_p \\ I_d & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & I_d & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & I_d & 0 \end{bmatrix}$$

L'inversion précédente montre l'intérêt pratique de la modélisation VAR (Voir Annexe 10.1 pour une écriture plus formelle de l'inversion du modèle VAR).

On caractérise alors simplement les réponses des différentes séries X_{it} aux différentes innovations ε_{js} , $s \leq t$, à partir des multiplicateurs dynamiques:

$$C_{ij,t-s} = \frac{\partial X_{it}}{\partial \varepsilon_{js}}$$

qui définissent la fonction de réponse correspondante:

$$\forall h \geq 0, h \longrightarrow C_{ij,h}$$

Pour caractériser les réponses du système aux impulsions structurelles ω_{js} , il suffit d'évaluer les multiplicateurs dynamiques structurels $\Theta_{ij,t-s}$, où $\Theta = C_{t-s}P$, parce que la dynamique peut être caractérisée selon l'écriture moyenne mobile "structurelle":

$$X_t = \sum_{h=0}^{\infty} (C_h P)(P^{-1} \varepsilon_{t-h}) \quad (4)$$

$$= \sum_{h=0}^{\infty} \Theta_h \omega_{t-h} \quad (5)$$

d'où l'on déduit que $\Theta_{ij,t-s} = \frac{\partial X_{it}}{\partial \omega_{js}}$.

Parmi les graphiques discutés en section 7 et repris en annexe, les réponses de la série stationnaire *S/PIB* aux différents chocs structurels correspondent au tracé des fonctions de réponse structurelles:

$$\forall h \geq 0, h \longrightarrow \Theta_{ij,h} \quad (6)$$

tandis que, pour les autres séries, non-stationnaires, les graphiques représentent des fonctions de réponse structurelles cumulées (voir infra).

Notons que les études empiriques fondées sur la méthodologie VAR ont recours à un autre mode d'analyse de la propagation des impulsions. Celui-ci est fondé sur la décomposition de la variance de l'erreur de prévision des différentes séries du système, selon les principes préconisés par Sims (1980). De l'écriture moyenne mobile structurelle précédente, et en supposant que les chocs sont indépendants (cf infra), on déduit en effet la variance de l'erreur de prévision⁹:

$$Var(X_{it+H} - EL(X_{it+H} / \{X_{it}; = 1 \leq i \leq n\})) = \sum_{i=1}^n \sum_{h=0}^{H-1} (\Theta_{ik,h})^2 (\sigma_{\omega_i})^2 \quad (7)$$

de sorte que:

$$Y_t = \tilde{A}Y_{t-1} + E_t$$

avec $E_t = (\varepsilon_t, 0, \dots, 0)'$. On en déduit alors que $C_h \simeq \tilde{A}^h$.

⁹On utilise ici l'hypothèse de non-corrélation sérielle ainsi que la non-corrélation instantanée entre les différentes impulsions structurelles ω_i , de façon à obtenir une écriture additive.

en notant $(\sigma_{\omega_i})^2$ la variance de la i -ième impulsion structurelle ω_i .

Le choc ω_{jt} a alors un effet sur X_{it+H} si et seulement s'il contribue à la variance de l'erreur de prévision précédente, c'est-à-dire si et seulement si l'un des multiplicateurs $\Theta_{ik,h}$, $0 \leq h \leq H - 1$, est non-nul.

3.2.2 Var Structurel

L'autre représentation équivalente au VAR canonique est l'écriture VAR structurel, dont l'utilité apparaîtra plus clairement dans la phase d'estimation développée en section 4.

La dynamique du système peut en effet être caractérisée par le modèle VAR structurel suivant:

$$X_t = \sum_{h=0}^p B_h X_{t-h} + \omega_t \quad (8)$$

où les matrices B_h et la variance des résidus $Var(\omega_t)$ sont estimées, en prémultipliant les deux membres du VAR (1) estimé par \widehat{P}^{-1} :

$$\begin{aligned} Id - \widehat{B}_0 &= \widehat{P}^{-1} \\ \widehat{B}_h &= \widehat{P}^{-1} \widehat{A}_h, \quad 1 \leq h \leq p \\ Var(\widehat{\omega}_t) &= \widehat{P}^{-1} \Sigma (\widehat{P}^{-1})' \end{aligned}$$

Le modèle VAR structurel (8) est un système d'équations simultanées dont la forme réduite est le modèle VAR canonique (1). Les relations précédentes montrent que l'estimation du VAR structurel est acquise dès que la matrice P a été estimée. Cette matrice représente n^2 paramètres inconnus qui, comme indiqué ci-dessous, comprenant notamment $n(n-1)/2$ contraintes "identifiantes" nécessaires pour estimer le système d'équations simultanées correspondant au modèle VAR structurel.

Il est important de noter que ces contraintes doivent être imposées *a priori* et qu'elles ne sont donc pas testables -comme toute contrainte identifiante- puisqu'elles sont précisément nécessaires à l'estimation du modèle¹⁰.

3.3 Méthodes d'identification des chocs

Pour rendre l'identification plus facile, il est usuel de supposer que les différents chocs structurels ω_{it} d'une même date ne sont pas corrélés entre eux et ont une variance unitaire.¹¹ On impose en effet par cette seule hypothèse, $n(n+1)/2$ contraintes bilinéaires sur les éléments de la matrice P :

$$\{Var(\omega_t) = Id_n\} \iff \{Var(\varepsilon_t) = PVar(\omega_t)P' = PP' = \Sigma\}$$

¹⁰La seule exception réside dans l'estimation de modèles sur-identifiés (voir infra, section 4.3). Mais, même dans ce cas, les différentes contraintes d'identification sont testées simultanément et non pas individuellement par le J -test de la méthode des moments généralisés.

¹¹En effet, la matrice Σ de variance-covariance du vecteur des innovations canoniques ε_t , supposée indépendante du temps, peut être estimée facilement à partir des résidus estimés du modèle VAR canonique (1):

Dans le cas du système étudié, les contraintes d'orthogonalisation sont au nombre de $4(4 + 1)/2 = 10$.

Les contraintes "d'orthogonalisation" ont sans doute une justification plus technique que véritablement économique. On peut se demander par exemple pourquoi un choc d'offre doit être à chaque instant non-corrélé avec un choc de demande. L'orthogonalisation autorise effectivement une décomposition de la variance de l'erreur de prévision correspondant aux différentes séries, comme somme des contributions des différents chocs structurels (Sims, 1980) (voir equation 7). De fait, on notera qu'il n'existe aucune étude empirique remettant en question les contraintes d'orthogonalisation

Dans ces conditions, il faut, pour identifier les n^2 paramètres $n(n - 1)/2$ contraintes supplémentaires pour estimer le modèle VAR structurel, soit, dans le cas de l'exemple étudié, $4(4 - 1)/2 = 6$ contraintes. Ces contraintes supplémentaires portent toujours sur les réponses du système aux différentes impulsions structurelles. On touche là une des difficultés majeures de la modélisation VAR structurelle: le nombre $n(n - 1)/2$ de contraintes identifiantes que l'économètre doit introduire en faisant référence à la théorie économique croît rapidement avec la dimension du système et corrélativement le degré d'arbitraire inévitablement associé à l'expression des *a priori* correspondants. En pratique, la théorie économique ne fournit généralement qu'un petit nombre de contraintes d'identification qui ne soient pas sujet à controverse.

Il existe une façon simple, en fait plus "statistique" que véritablement économique, d'imposer ces $n(n-1)/2$ contraintes identifiantes supplémentaires. C'est la décomposition de Choleski de la matrice de variance Σ , définie comme l'unique matrice triangulaire inférieure P telle que $PP' = \Sigma$. En utilisant la formule $Var(\omega_t) = P^{-1}\Sigma P'^{-1}$, on vérifie alors, en particulier, que $Var(\omega_t) = Id_n$

L'orthogonalisation des impulsions est alors réalisée selon les principes préconisés par Sims (1980), et ne requiert comme *a priori* que le choix de l'ordre des séries qui doivent être alors rangées de la variable la plus "exogène" à la plus "endogène": la matrice P correspondant à la décomposition de Choleski est définie de manière unique pour un ordre donné des composantes du VAR. Ce choix se justifie parce que le modèle VAR structurel correspondant, obtenu en prémultipliant le VAR canonique par la matrice P^{-1} est équivalent à un système d'équations simultanés, récursif, pour lequel les séries sont influencées par un nombre croissant de variables contemporaines et sont donc de plus en plus "endogènes" ¹².

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'$$

Dès lors les éléments de la matrice estimée \hat{P} doivent satisfaire $n(n + 1)/2$ contraintes exprimant l'identité des deux matrices symétriques $\hat{P}\hat{P}'$ et $\hat{\Sigma}$.

¹²Par exemple, si on étudie la dynamique du système, investissement, consommation, revenu (Lütkepohl, 1990), les séries seront rangées dans cet ordre. La variable d'investissement peut être considérée comme la plus "exogène" et celle de la consommation la plus "endogène". Dans l'équation d'investissement, seules apparaissent les variables d'investissement, de revenu et de consommation retardées, dans l'équation de la consommation, les mêmes variables retardées et l'investissement courant,

L'orthogonalisation obtenue par décomposition de Choleski a été critiquée à de nombreuses reprises et les partisans de la méthodologie VAR structurel préconisent l'orthogonalisation fondée sur l'imposition de contraintes identifiantes tirées de la théorie économique (notamment Shapiro et Watson (1989), Blanchard et Quah (1989), King et al. (1992)). Dans ce cas, les $n(n-1)/2$ contraintes identifiantes "supplémentaires" portent sur les effets de court et de long terme des chocs structurels sur les différentes composantes du système.

Lorsque la dynamique est stationnaire, ce sont toujours des contraintes de court-terme qui expriment l'absence de réponse instantanée de certaines séries à certaines impulsions structurelles. Dans le cas présent, 3 des 6 contraintes identifiantes sont des contraintes de court-terme. Nous choisissons d'imposer l'absence d'effet instantané des chocs de politique monétaire et budgétaire sur l'activité, ainsi que l'absence d'effet instantané du choc de politique budgétaire sur la variable de taux, en considérant que les chocs de politique budgétaire ont plus vraisemblablement un effet sur le taux d'intérêt de long-terme, par suite des effets indirects de la demande agrégée à l'horizon du long-terme.

Les contraintes de court-terme dépendent évidemment de manière cruciale de la fréquence d'observation des séries. Dans l'exemple précédent, les données sont trimestrielles de sorte qu'un changement de niveau des taux peut avoir un effet instantané c'est-à-dire dans le courant d'un trimestre- sur le niveau des prix, en affectant le taux de change et les prix d'importation.

D'un point de vue pratique, les contraintes de court-terme se traduisent simplement par la nullité d'un certain nombre de coefficients de la matrice P . En effet, comme $C_0 = I_d$ dans l'équation (4), on constate que les réponses instantanées, $\frac{\partial X_{it}}{\partial \omega_{jt}} = \Theta_{ij,0} = P_{ij}$ sont fournies par les éléments de la matrice P et que les contraintes identifiantes de court-terme se traduisent donc par la nullité de certains éléments de cette matrice.

Dans le cas étudié, ces contraintes se traduisent par la nullité des coefficients P_{13} , P_{14} et P_{34} (absence d'effet instantané du choc de politique budgétaire ω_p sur les taux d'intérêt).

Il est d'usage d'opposer les contraintes de court-terme aux contraintes dites de long-terme introduites dans le cas de dynamiques non-stationnaires. Comme indiqué précédemment, on suppose qu'il n'existe pas de relations de cointégration, si bien que l'on raisonne à partir du VAR en différence. (Voir Annexe 10.6, s'il existe une relation de cointégration).

Les contraintes de long terme n'ont de sens que si la dynamique a une composante persistante due à la présence de racines unitaires, expriment que certaines impulsions structurelles n'ont pas d'effet de long-terme sur certaines composantes du système.

Les effets de long-terme sont caractérisés par les multiplicateurs dynamiques de long-terme définis à partir de l'écriture moyenne-mobile -ou décomposition de Wold- des différences premières qui préexiste à toute spécification autorégressive:

$$\Delta X_t = \sum_{h=0}^{\infty} \Theta_h \omega_{t-h} \quad (9)$$

l'équation de revenu faisant intervenir, quant-à-elle, les variables d'investissement et de revenu courantes (voir Annexe 10.5 pour une écriture générale).

Dans ce cas, sous les conditions d'initialisation standard, $\{\omega_s = 0, s \leq 0, X_0 = x_0\}$, il est facile de se convaincre que la réponse de la composante $X_{it} = \sum_{h=0}^{t-1} \Delta X_{it-h} + x_{i0}$ au choc ω_{js} , à savoir $\frac{\partial X_{it}}{\partial \omega_{js}}$ est égale au cumul des réponses des différences premières $\frac{\partial \Delta X_{it-h}}{\partial \omega_{js}}$, $h \leq t - s$ à ce même choc, soit:

$$\sum_{h=0}^{t-s} \Theta_{ij,h}$$

Les graphiques présentés en annexe pour représenter les réponses de trois premières séries en niveau (non-stationnaires) correspondent à des fonctions de réponse structurelles cumulées.

La réponse de long-terme est alors obtenue en faisant tendre t vers l'infini, soit:

$$\Theta_{ij}(1) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{h=0}^{t-s} \Theta_{ij,h}$$

On voit ainsi qu'un effet de long-terme d'une impulsion ω_j sur une série X_i est aussi un effet persistant, c'est-à-dire un effet sur la composante permanente de la série, telle qu'elle est définie à partir d'une décomposition cycle-tendance selon les principes de Beveridge et Nelson:

$$X_{it} = T_{it} + \tilde{C}_{it}$$

où la tendance est définie par: $T_{it} = \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}(1) \sum_{h=0}^{t-1} \omega_{k,t-h}$ (cf. Annexe 10.2).

Usuellement, une contrainte de long-terme exprime l'absence de réponse de long-terme d'une composante X_i à une impulsion ω_j et se traduit donc par la nullité du multiplicateur dynamique de long-terme correspondant:

$$\Theta_{ij}(1) = 0$$

qui est une contrainte linéaire sur les éléments P_{kj} , $1 \leq k \leq n$, de la matrice P :¹³

$$\{(C(1)P)_{ij} = 0\} \iff \left\{ \sum_{k=1}^n C_{ik}(1)P_{kj} = 0 \right\}$$

Nous supposons, selon une pratique courante, que le choc d'offre est le seul choc qui contribue à la tendance du PIB, ce qui se traduit par la nullité de trois multiplicateurs dynamiques de long-terme intervenant dans la tendance du PIB. Le PIB étant la première série et le choc d'offre ω_s la première impulsion structurelle, les contraintes de long-terme se traduisent par la nullité des multiplicateurs $\Theta_{12}(1)$, $\Theta_{13}(1)$ et $\Theta_{14}(1)$.

Il est important de souligner qu'une contrainte de long-terme ne peut porter que sur les réponses d'une série stationnaire en différence et en aucun cas sur les réponses d'une série stationnaire. Dans ce dernier cas en effet, la décomposition de Wold caractérise la dynamique de la série en niveau et non-différenciée, de sorte que le cumul des réponses ne correspond à aucune mesure pertinente.

Pour résumer, la matrice P peut être estimée à partir de n^2 ($= 16$ dans le cas particulier considéré) contraintes linéaires ou bilinéaires portant sur ses éléments:

¹³ $\Theta(L) = C(L)P \implies \Theta(1) = C(1)P$

- $n(n+1)/2$ contraintes d'orthogonalisation (soit 10 contraintes dans notre exemple):

$$\sum_{k=1}^n P_{ik}P_{jk} = \Sigma_{ij}; i \leq j$$

- m_1 contraintes de court-terme qui expriment l'absence d'effet instantané sur le PIB des chocs monétaire et budgétaire, ainsi que l'absence d'effet instantané du choc budgétaire sur le taux d'intérêt (soit au total 4 contraintes):

$$P_{13} = P_{14} = P_{34} = P_{24} = 0$$

- $m_2 = n(n-1)/2 - m_1$ contraintes de long-terme (2 contraintes dans notre exemple):

$$\sum_{k=1}^n C_{ik}(1)P_{kj} = 0 \text{ pour } (i, j) = (1, 2) = (1, 3)$$

Au total, il apparaît que le choc d'offre est le seul qui contribue à la tendance du PIB. Nous avons étudié une variante de la modélisation précédente, pour laquelle on impose la contrainte de "neutralité" de long-terme de la politique budgétaire $\sum_{k=1}^n C_{ik}(1)P_{kj} = 0$ pour $(i, j) = (1, 4)$ qui remplace la contrainte de court terme $P_{24} = 0$.

4 Méthodes d'estimation

Une fois acquis les principes d'identification, les modèles VAR reposent sur les mêmes principes d'estimation que les systèmes d'équations simultanées par imposition de contraintes identifiantes. Pour les systèmes juste-identifiés, sur lesquels nous mettons ici l'accent, il existe une propriété d'indépendance entre la phase d'estimation du VAR canonique et celle d'identification. Cette propriété n'est pas vérifiée pour les systèmes sur-identifiés (voir annexe 10.7 pour les méthodes d'estimation utilisées dans ce cas).

L'évaluation des fonctions de réponse, décrite dans la section 3, peut être réalisée, pour les systèmes juste-identifiés, en appelant la procédure IMPULSE du logiciel RATS (cf. Annexe 10.5). Cette procédure permet plus généralement de mettre en oeuvre une analyse impulsionnelle pour une dynamique caractérisée par un système d'équations simultanées: les impulsions sont alors représentées par les résidus des différentes équations et le mécanisme de propagation est caractérisé par l'ensemble des équations simultanées. De plus, si on se donne une matrice de transformation P qui permet d'orthogonaliser les résidus des équations simultanées on peut, en appelant la même procédure, avec l'option $\{DECOMP = P\}$, évaluer les réponses du système aux impulsions représentées par les résidus ainsi orthogonalisés. Il est intéressant de noter que l'utilisation de la procédure n'est pas limitée au cas où la matrice P est obtenue par une décomposition de Choleski et peut être appliquée pour toute matrice P , préalablement estimée. Cependant, l'estimation préalable peut être difficile à mettre en oeuvre en utilisant le logiciel

RATS, en particulier lorsqu'elle nécessite, ce qui est le cas général, la résolution itérative d'un système de contraintes bilinéaires portant sur les paramètres P_{ij} à estimer. Ce logiciel n'est pas en effet le mieux adapté pour résoudre ce type de problème d'optimisation et dans tous les cas expose l'utilisateur aux difficultés d'utiliser une "boîte noire". D'autres logiciels, comme GAUSS, sont alors préférables.

4.1 Méthode de Shapiro et Watson (1988)

La première méthode, proposée par Shapiro et Watson (1988) consiste à estimer le VAR canonique par la méthode des moindres carrés ordinaires, puis à estimer la matrice de passage P des résidus canoniques aux résidus structurels en effectuant un ensemble de régressions linéaires successives, associées pour certaines d'entre elles à des estimations utilisant des variables instrumentales.¹⁴ Cette méthode est appliquée par Gerlach et Smets (1995). Le détail de la procédure est présenté en Annexe 10.4.

Il est important de noter que ce mode d'identification n'est possible que dans le cas particulier considéré, pour lequel les contraintes de long-terme peuvent être exprimées comme des contraintes d'exclusion, grâce à une propriété de récursivité de la matrice des multiplicateurs dynamiques de long-terme (cf. Annexe 10.3).

Lorsque cette propriété n'est pas vérifiée, la méthode de Gali (1992) apparaît préférable, parce qu'elle est applicable dans tous les cas. C'est la méthode que nous avons adoptée dans l'étude présente.

4.2 La méthode de Gali (1992)

Elle consiste à résoudre un système des n^2 équations à n^2 inconnues. Les n^2 inconnues sont les éléments de la matrice P et les n^2 équations expriment les contraintes identifiantes. En pratique, il s'agit de déterminer le vecteur $\tilde{p} = Vec(P)$, obtenu par vectorialisation de la matrice P , tel que le vecteur $g(\tilde{p})$ de dimension n^2 soit arbitrairement proche du vecteur nul de même dimension¹⁵. Les composantes de g sont définies de la manière suivante:

- les $n(n+1)/2$ premières composantes sont celles du vecteur $Vech(PP' - \Sigma)$,¹⁶
- les m_1 suivantes sont égales aux éléments P_{ij} qui doivent être nuls pour que les contraintes de court-terme soient satisfaites;
- les m_2 dernières composantes sont égales à $\sum_{k=1}^n C_{ik}(1)P_{kj}$ pour les indices i et j associés aux effets de long-terme du j -ième choc sur la i -ième série. Soit, dans le

¹⁴On notera que la technique des variables instrumentales pour définir des chocs indépendants est aussi utilisée dans Blanchard-Watson (1986) et Blanchard (1989). Dans ce cas, on instrumente les différentes équations par les chocs "exogènes" ou orthogonaux (cf Bruneau-De Bandt (1996)).

¹⁵Le vecteur $Vec(P)$ est obtenu en empilant les éléments de la première colonne de la matrice P , puis ceux de la deuxième colonne, etc...

¹⁶Pour toute matrice symétrique A , $Vech(A)$ désigne le vecteur dont les $n(n+1)/2$ composantes correspondent aux éléments situés sous ou sur la diagonale.

cas particulier étudié:

$$g(\tilde{p}) = (Vech(PP')', P_{13}, P_{14}, P_{34}, \sum_{j=1}^4 P_{1j}C_{j2}(1), \sum_{j=1}^4 P_{1j}C_{j3}(1), \sum_{j=1}^4 P_{1j}C_{j4}(1))'$$

La principale difficulté rencontrée dans l'application de cette méthode tient au fait que la recherche de la solution est itérative et que la rapidité de convergence dépend du système particulier étudié, et notamment de sa taille. Dans l'étude présente, l'application de cette méthode, mise en oeuvre par programmation en langage GAUSS, ne pose aucun problème particulier. Cette méthode donne les mêmes résultats que la méthode d'estimation par variables instrumentales de Shapiro et Watson (1988).

5 Intervalle de confiance sur les fonctions de réponse aux chocs

L'analyse économique des fonction de réponse n'a de sens que mise en regard du degré de précision de l'estimation. L'étape suivante de l'analyse est donc de calculer l'intervalle de confiance à l'intérieur duquel les fonctions de réponse doivent se trouver, à un risque d'erreur donné.

5.1 Méthode

Il existe des formules analytiques pour mesurer l'intervalle de confiance¹⁷, mais celles-ci ne s'appliquent généralement pas à des contraintes de long terme¹⁸, ni, *a fortiori*, aux cas où l'identification est réalisée conjointement par des contraintes de court et de long terme. Il est donc plus commode de procéder par simulations. Pour obtenir les trajectoires simulées, la méthode la plus directe consiste à créer des chocs sur les coefficients estimés du modèle VAR. Il s'agit de la méthode de Monte Carlo, qui repose sur l'hypothèse de normalité des estimateurs des paramètres de la "moyenne" du modèle VAR¹⁹, dont on sait qu'elle est vérifiée asymptotiquement, c'est-à-dire, pour une longueur suffisante de l'échantillon initial d'observations. Par ailleurs, il est important de noter qu'il faut effectuer conjointement des tirages de l'estimateur de la matrice de variance-covariance des innovations (canoniques), selon sa loi asymptotique, c'est-à-dire selon la loi de Wishart. La matrice de passage P est en effet estimée pour chacune des trajectoires simulées et doit donc en particulier vérifier les contraintes d'orthogonalisation pour la valeur $\widehat{\Sigma}^{(k)}$ de la matrice de variance-covariance correspondant au tirage (k) considéré:

$$\widehat{\Sigma}^{(k)} = \widehat{P}^{(k)} \widehat{P}^{(k)'}'$$

¹⁷Voir Lutkepöhl (1990) et Hamilton (1994).

¹⁸Sauf dans Lütkepohl et Reimers (1992) (Voir Annexe 10.7.1).

¹⁹Il s'agit des éléments des matrices A_h , $1 \leq h \leq p$, intervenant dans la caractérisation VAR canonique de la dynamique.

Les valeurs $\widehat{A}_h^{(k)}$, $1 \leq k \leq p$, et $\widehat{P}^{(k)}$ permettent d'obtenir les multiplicateurs dynamiques structurels correspondant au k -ième tirage:

$$\widehat{\Theta}_h^{(k)} \approx \left(\widehat{A}^{(k)}\right)^h \widehat{P}^{(k)}$$

où $\widehat{A}^{(k)}$ désigne l'estimation de la matrice du VAR d'ordre un équivalent au modèle VAR, telle qu'elle est obtenue pour la k -ième trajectoire²⁰.

On peut aussi obtenir les trajectoires simulées par "bootstrapping". Dans ce cas, on effectue des tirages indépendants des innovations des différentes dates, à coefficients du modèle VAR fixés, selon une loi uniforme (Runkle (1989), Hamilton (1994)), ou toute autre loi. Cette méthode a l'avantage de s'appliquer dans les cas de non-normalité (asymétrie ou leptokurticité de la distribution des innovations). Pour chacune des trajectoires simulées du modèle VAR canonique, la matrice de variance-covariance doit être estimée²¹. Nous privilégions le "bootstrapping", mais on peut vérifier que les deux méthodes donnent des résultats équivalents dans le cas particulier étudié. La structure du modèle simulé -en niveau ou en différence lorsque les variables sont I(1) et non cointégrées- peut néanmoins avoir une influence sur les résultats et il est préférable de ne procéder à des simulations que sur des variables stationnaires ou stationnarisées, pour éviter toute divergence numérique des valeurs simulées.

5.2 Choix relatifs à la présentation des résultats

5.2.1 Estimation ponctuelle ou moyenne des simulations

L'intervalle de confiance des fonctions de réponse est centré sur la moyenne des fonctions de réponse plus ou moins un certain écart type.

Une question importante demeure toutefois quel indicateur de tendance centrale retenir. Il existe en effet le choix entre (i) l'estimation ponctuelle, tirée directement du VAR canonique ou du VAR structurel sur les données de base et que nous qualifierons "de première étape" et (ii) la moyenne empirique des fonctions de réponse correspondant à un ensemble de trajectoires simulées. Or, il est bien connu, depuis Blanchard et Quah (1989) que les deux peuvent ne pas coïncider. Dans plusieurs cas l'estimation "de première étape" est très proche des bornes. Il n'y a pas de raison particulière justifiant l'une ou l'autre méthode et la moyenne des simulations est souvent retenue. C'est aussi notre choix, comme indiqué en section 7. En revanche il serait erroné de présenter,

²⁰Quah et Vahey (1995) exploitent la triangularité de la matrice des multiplicateurs de long terme, pour appliquer cette méthode en utilisant une décomposition de Choleski.

²¹La valeur de la matrice de variance-covariance correspondant au k -ième tirage est égale à:

$$\widehat{\Sigma}^{(k)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \widehat{\varepsilon}_t^{(k)} \widehat{\varepsilon}_t^{(k)'}$$

où $\widehat{\varepsilon}_t^{(k)}$ correspond à la valeur des innovations obtenue au k -ième tirage. Dans le cas où on suppose la normalité des innovations, les tirages sont effectués selon une loi normale multivariée de variance-covariance $\widehat{\Sigma}^0$, la matrice estimée sur la base des séries observées.

l'estimation "de première étape" comme tendance centrale et, d'autre part, des bornes calculées en ajoutant l'écart-type des simulations à l'estimation "de première étape", puisque cette dernière n'est pas un bon estimateur de tendance centrale des simulations.

5.2.2 Largeur de l'intervalle de confiance

Une question supplémentaire, non sans importance, concerne la largeur de l'intervalle de confiance. Une grande majorité des études empiriques présentent les fonctions de réponse moyennes plus ou moins un écart-type. Beaucoup plus rarement, certaines études fournissent un intervalle de confiance correspondant à 90 ou 95% des simulations, dans les cas favorables —assez rares, il faut le reconnaître— où l'estimation atteint ce degré de précision²². La présentation de bornes d'un écart type n'est critiquable que si l'interprétation des résultats n'est pas assortie de précautions concernant leur significativité (et en particulier la nécessité de ne pas inclure la borne zéro dans l'intervalle de confiance).

6 Décomposition historique

Deux types de résultats additionnels sont parfois présentés.

D'une part, la chronique des chocs structurels peut être estimée pour les différentes dates de la période. Il convient de noter que la valeur correspondant à chaque date est la réalisation d'une même variable aléatoire (par exemple, pour le choc d'offre ω_s , ω_{st} et $\omega_{st'}$ pour toutes dates t et t' , avec indépendance pour des dates différentes). De plus, deux chocs structurels différents, sous réserve de normalisation de la variance (choisie égale à un) sont de même loi et indépendants à toute date²³. Dès lors, pour chaque date, un choc identifié à partir d'un tel graphique est implicitement assimilé à une valeur extrême d'une seule et même distribution et l'on voit donc les limites d'une telle interprétation et de l'utilisation qui peut (abusivement) en être faite pour évaluer l'importance relative des chocs structurels lors d'un événement historique particulier (Relèvement des taux, amorce significative d'une récession, comme en 1993, pour la France, par exemple).

D'autre part, l'analyse "historique" peut simuler la dynamique du système étudié pour l'ensemble des dates de la période considérée et pour chacune des séries observées - évolution de l'activité, de l'inflation, etc...- en indiquant la part de la valeur historique observée à chacune des dates, qui revient à chacun des chocs structurels. On peut utiliser pour cela l'option HISTORY du logiciel RATS. En fait, ce qui est représenté n'est pas exactement la part du choc lui-même mais la part de ses effets²⁴. Ainsi, si le PIB est

²²Il est à noter qu'il est équivalent de caractériser la précision par les fractiles (66%, 90% ou 95%) ou en donnant l'intervalle de confiance à plus ou moins un, 1.65 ou deux écarts-types, lorsque la distribution est normale. Il faut alors un minimum de 200 tirages pour justifier l'hypothèse de normalité.

²³Si on suppose par exemple que les innovations canoniques sont de loi normale, centrée, les chocs structurels, définis comme combinaisons linéaires, suivent aussi une loi normale centrée et normée, sous la condition de normalisation adoptée.

²⁴Dans les graphiques, on reporte, pour chaque choc, d'une part, la somme de la composante anticipée et de la contribution absolue du choc en question à la dynamique des variables du système, d'autre part, les réalisations effectives de ces dernières. On utilise pour cela la formule

la première série et le choc d'offre, le premier choc structurel, la contribution du choc d'offre à la date choisie, par exemple, 1993, est le cumul des effets de ce choc depuis la première date (1974:1) soit:

$$\sum_{h=74:1}^{93:1} \Theta_{11,93:1-h} \omega_{93:1-h}$$

De même, la contribution du choc monétaire, le troisième choc, à l'activité est mesurée par:

$$\sum_{h=74:1}^{93:1} \Theta_{13,93:1-h} \omega_{93:1-h}$$

etc...

Dans ces conditions, l'apport de la décomposition historique est limité. Il est difficile de prétendre, par exemple, au vu d'une analyse historique, que la récession de 1993 en France résulte d'un choc d'offre (ou de demande, ou de politique monétaire), puisque ce serait implicitement admettre que les effets d'un tel choc seraient instantanés. La récession peut éventuellement être interprétée comme résultant de plusieurs chocs, mais ceux-ci doivent être antérieurs à la date historique considérée (en l'occurrence, 1993).

Dans tous les cas, il est improbable²⁵ que les effets engendrés par les différents chocs puissent rendre compte d'un événement réellement observé, puisque c'est réclamer la coïncidence de deux réalisations de ce que l'on postule être une même variable aléatoire.

L'analyse statistique menée à partir d'un modèle VAR structurel, comme toute analyse menée à partir d'un modèle statistique, ne permet que de tirer les conclusions suivantes: partant d'observations, ici de trajectoires, on infère un modèle statistique, le modèle VAR structurel, qui rend compte de la dynamique économique étudiée, au sens suivant:

1) on peut simuler, à partir du modèle VAR, des trajectoires expliquées comme résultant de la propagation de chocs structurels satisfaisant à certaines contraintes économiques, identifiantes, énoncées *a priori*

2) les trajectoires simulées sont indiscernables des trajectoires observées, parce que l'inférence menée à partir des deux types de trajectoires conduit aux mêmes valeurs des paramètres (pour la précision atteinte).

On remarquera à ce propos qu'aucun intervalle de confiance n'apparaît dans les graphiques de l'analyse historique.

En résumé, les chocs, tels qu'ils sont identifiés, et leurs effets, tels qu'ils sont mesurés, intègrent les événements effectivement observés, mais ils les intègrent de façon moyenne -c'est le sens d'une analyse statistique- et la probabilité est nulle pour qu'une trajectoire

$$\Delta X_t = y_t \beta + \sum_{h=0}^{t-t_0} \Theta_h \omega_{t-h}$$

en simulant le modèle depuis $t_0 = 1974 : 1$. Ici, $y_t \beta$ correspond à la partie anticipée (c'est-à-dire les composantes déterministes -constante et trend- et l'impact, à la date t, des conditions initiales).

²⁵C'est-à-dire de probabilité nulle.

restituée (simulée) coïncide, même ponctuellement, c'est-à-dire à une date donnée, avec la trajectoire observée.

Il convient donc d'exploiter l'analyse historique avec la plus grande prudence.

7 Application à l'étude de la politique monétaire en France

Nous commentons à présent les résultats du modèle introduit dans les sections précédentes afin de mesurer, dans le cas français, les effets de la politique monétaire sur les principales variables macroéconomiques.

7.1 Principaux résultats

En ce qui concerne les fonctions de réponse déduites du modèle VAR structurel présenté ici, on peut noter que l'on obtient des résultats comparables à ceux qui sont obtenus par Gerlach et Smets (1995), avec des réponses conformes à la théorie, en ce qui concerne les indicateurs de valeur centrale. Les fonctions de réponse ont en effet l'allure attendue. En revanche, en ce qui concerne la significativité des résultats, on réalise une identification beaucoup plus explicite des différents chocs et un renforcement très sensible des effets de la politique monétaire sur l'activité et sur les prix.

7.1.1 Fonction de réponse aux chocs

Le résultat principal est présenté dans le graphique 1 pour le système $(\Delta PIB, \Delta(\tau^F - \tau^G), \Delta^2 P, S/PIB)$. On reporte les fonctions de réponse aux différents chocs structurels, en indiquant les bornes à 90%. Le mode d'identification est le premier présenté dans les sections antérieures, avec la contrainte de "neutralité" à long terme de la politique budgétaire sur l'activité. De plus, les chocs de politique budgétaire sont supposés ne pas avoir d'effet instantané sur les taux d'intérêt. La valeur centrale est la moyenne des simulations. On observe que le choc monétaire est bien identifié puisque les effets à la première période sont significativement positifs: le choc correspond donc à un resserrement explicite de la politique monétaire, caractérisé par une augmentation du différentiel de taux France-Allemagne, ou de la prime de risque sur le Franc français²⁶. Un choc monétaire restrictif a un impact marqué sur l'activité, se traduisant par une baisse au bout de 6 trimestres, avant une disparition progressive des effets (voir graphique 1, "choc monétaire-réponse du PIB"). Rappelons toutefois que cette dernière propriété correspond à la contrainte d'identification (nullité du multiplicateur de long terme associé).

²⁶On peut aussi considérer que, plus largement, le taux d'intérêt allemand prend en compte les variations au niveau international du niveau des taux d'intérêt à court terme. Il convient toutefois de noter qu'une telle interprétation ne serait plus possible en Union Monétaire, puisque le différentiel de taux serait par définition nul. On considère donc que 1995 constitue la dernière année où la politique monétaire était suffisamment différente entre la France et l'Allemagne pour justifier une analyse du différentiel.

L'impact du choc monétaire sur l'inflation est significativement négatif et persistant. L'effet négatif atteint son maximum après 7 trimestres et se maintient à ce niveau par la suite (voir graphique 1, "choc monétaire-réponse de l'inflation").

Notons que le choc d'offre conserve un effet très persistant sur le PIB, alors que le choc de demande a un impact significatif à court terme sur l'activité et l'inflation.²⁷

Quant aux chocs de politique budgétaire, ils sont bien identifiés. L'effet initial est significativement positif, indiquant une politique budgétaire restrictive²⁸ (voir dernière courbe en bas et à droite du graphique 1). Les fonctions de réponse correspondantes sont conformes aux implications du modèle ISLM standard, puisqu'une politique budgétaire restrictive a un effet désinflationniste et entraîne une baisse des taux d'intérêt. Toutefois, ces effets sont peu significatifs, indiquant, au contraire, un rôle plus actif de la politique monétaire comme instrument de politique économique sur la période étudiée. De fait, sur cette période, l'évolution du ratio Déficit/PIB est sans doute plus conjoncturelle que structurelle.

Dans une variante pour laquelle le choc de politique budgétaire ne voit pas son impact sur l'activité contraint à long terme²⁹, on obtient des réponses un peu plus nettes à des chocs de politique budgétaire sur les taux d'intérêt à un horizon de cinq trimestres, en même temps que sur l'inflation (graphique 2). Toutefois, ceux-ci demeurent non significatifs aux niveaux de confiance usuels.

Au total, les résultats ainsi obtenus pour l'identification des chocs d'offre et de demande sont conformes à ce qui est obtenu dans les travaux portant sur la France, sur une période comparable. Le caractère plus novateur des résultats apparaît en revanche dans l'identification d'un choc monétaire statistiquement significatif avec des bornes à 90% et non pas seulement à un écart-type autour de la moyenne, comme dans Gerlach et Smets (1995) ou Melitz et Weber (1996). L'étude apporte enfin une première analyse des effets de la politique budgétaire qui apparaissent, au total, assez peu marqués.

7.1.2 Décomposition de la variance et simulations historiques

En ce qui concerne la décomposition de la variance de l'erreur de prévision, le tableau 2 indique que le choc d'offre explique une très large part de la dynamique du PIB, même à court terme. De façon instantanée, le choc d'offre contribue à 78 % de la variance du PIB, contre 22% pour le choc de demande privée ω_d (voir première ligne du tableau 2: horizon à 1 période). Conformément aux fonctions de réponse analysées précédemment, le choc monétaire n'a d'effet sur l'activité qu'après 5 trimestres, tout en demeurant relativement faible. En revanche, l'effet des chocs monétaires sur l'inflation et le différentiel de taux d'intérêt est beaucoup plus marqué, en particulier à long terme. Nous présentons dans la section suivante les résultats d'une variante où les chocs de demande ont un effet un peu plus important sur l'activité.

²⁷Dans ce dernier cas, toutefois, l'effet d'un choc de demande sur l'inflation n'est que tout juste significatif au premier et troisième trimestre.

²⁸Rappelons que S/Y est le solde budgétaire -mesuré par la différence recettes moins dépenses- rapporté au PIB.

²⁹Dans ce cas, on introduit une contrainte de court terme supplémentaire, à savoir que les chocs budgétaires n'ont pas d'impact instantané sur l'inflation. L'effet n'intervient qu'à court/moyen terme.

Par ailleurs, si l'on fait abstraction des problèmes posés par le mode d'analyse historique, et rappelés en section 6, on peut commenter, selon l'usage, les simulations historiques de la manière suivante. On peut simuler la dynamique de chacune des variables du système sur la période d'estimation. Il convient cependant de souligner que les chocs structurels, et notamment les chocs monétaires exercent leurs effets avec un certain retard, de l'ordre de 6 trimestres pour ce qui est de l'effet sur l'inflation et sur l'activité. Dans l'interprétation des graphiques, il importe donc de considérer les chocs apparus quelques trimestres précédents la date soumise à l'analyse historique.

Sous les réserves précédentes, le graphique 3 fait apparaître en traits pleins la contribution de chaque choc à la variable et en pointillé la variable en question (on présente en fait la somme de la contribution et de la partie déterministe). On observe en particulier que, pour les graphiques situés sur la diagonale, la variable simulée est proche de la somme de la composante "anticipée" ou déterministe et du choc considéré. Par exemple, la dynamique du PIB est dominée par des chocs d'offre et le ratio déficit/PIB est expliqué par le choc de politique budgétaire (dernier sous-graphique en bas à droite du graphique 3). Dans ce dernier cas, le choc de politique budgétaire contribue pour une large part à la dégradation des finances publiques, même si -comme indiqué plus haut- il n'est pas possible d'y voir un choc "keynesien" traditionnel. D'après les simulations correspondant au PIB (première ligne de sous-graphiques du graphique 3), la politique monétaire n'explique qu'une faible part de la récession de 1993, même si celle-ci a été caractérisée par un accroissement du différentiel de taux France-Allemagne, en liaison avec le respect de l'objectif de stabilité de change au sein du SME. Cette faible contribution des chocs monétaires peut s'expliquer par le fait que la hausse des taux d'intérêt n'a été que transitoire. En revanche, du fait des délais d'apparition des effets, on peut observer que la politique monétaire a participé plus significativement à la timide reprise des années ultérieures. Par ailleurs, et on touche là sans doute une des limites de l'outil, l'effet de la chute de la demande adressée à la France (récession chez les principaux partenaires commerciaux de la France, aux Etats-Unis en 1991 et en Europe après la réunification allemande) est assimilée à un choc d'offre du fait de la persistance des effets. Le choc d'offre incluerait donc, pour une large part, l'effet des cycles qui dépassent le très court terme.

7.1.3 Robustesse des résultats

Pour juger de la robustesse des résultats, on se livre à différents exercices.

Tout d'abord, on estime le même modèle sur une période plus courte, s'arrêtant en 1985:4 ou en 1990:4. Les résultats demeurent inchangés. On constate en particulier une assez grande robustesse de la baisse du PIB à la suite d'un choc monétaire restrictif.

Ensuite, on considère des variantes sur le système de variables considéré. L'introduction directe, dans le système de variables, du différentiel de taux, plutôt que sa différence première n'affecte pas ces résultats de façon sensible, comme il ressort du graphique 4. Les fonctions de réponse aux chocs sont seulement légèrement moins significatives sur le plan statistique. En revanche, la substitution de l'inflation à la différence seconde des prix crée un "price puzzle" ou, tout au moins, conduit à un effet peu significatif du choc

monétaire sur l'inflation. Il en va de même si on remplace le différentiel France-Allemagne par le taux d'intérêt nominal en niveau.³⁰

On considère aussi l'incidence de ces variantes sur les décompositions historiques. On observe que lorsque le différentiel de taux (France-Allemagne) est introduit en niveau plutôt qu'une différence, le choc de demande voit son rôle s'accroître dans l'explication de la récession de 1993 (graphique 5-activité: choc de demande). Les chocs de demande intègrent alors, de façon plus sensible que précédemment, les effets de la récession en Europe. Ce rôle plus marqué des facteurs de demande ressort aussi de la décomposition de la variance de l'erreur de prévision. La comparaison des tableaux 2 et 3 indique que la part de la variance du PIB expliquée par les chocs de demande privée (ω_d) et d'offre de monnaie (ω_m), dont la contribution totale passe à 21-21.4% pour l'horizon à 5-10 périodes dans cette variante, contre 8-10% dans le système initial. Notons cependant que le choc monétaire explique une fraction plus importante que précédemment de l'évolution à long terme des taux d'intérêt, alors l'inflation est pour l'essentiel dominée par les chocs de demande.

Mais, comme indiqué plus haut, les fonctions de réponse sont, avec ce système de variables, un peu moins significatives que dans le système initial. Au total, nos résultats font donc ressortir l'existence d'un conflit potentiel entre, d'une part, les résultats des fonctions de réponse et, d'autre part, ceux des simulations historiques et des décompositions de la variance de l'erreur de prévision. D'une manière générale, les systèmes de variables présentant des fonctions de réponse aux chocs qui sont conformes au modèle théorique de base fournissent parfois une décomposition historique qui est moins conforme aux "faits stylisés" de la période. Suite à nos critiques des lacunes des décompositions historiques présentées en section 6, notre position est de privilégier plutôt, comme en section 7.1, l'analyse des fonctions de réponse³¹.

8 Conclusion

En conclusion, il ressort que les techniques d'analyse des séries temporelles fondées sur une modélisation VAR structurel permettent d'enrichir la "boîte à outil" utilisable en macroéconomie. Toutefois ces méthodes sont à manier avec précaution. L'article a cherché à expliciter les nombreux choix à effectuer aux différentes étapes, même si, le plus souvent, ils dépendent essentiellement des séries retenues. La relative imprécision des résultats, souvent sous-estimée par les praticiens, doit être soulignée même s'il reste à prouver qu'elle est générale et qu'elle est en particulier supérieure à celle des outils de modélisation structurelle classique.

Nous avons en effet mis en oeuvre ces techniques d'analyse pour étudier la politique monétaire en France sur la période 1972-1995 et nous avons montré qu'il est possible de mettre en évidence des effets significatifs, tant sur le plan économique que statistique, de

³⁰Comme indiqué ci-dessus, les tests de stationnarité rejettent généralement la stationnarité du taux d'intérêt nominal. En ce qui concerne le tau réel, celui-ci est stationnaire avec deux régimes (Bruneau et De Bandt, 1999).

³¹Erkel-Rousse et Mélitz (1997) font un choix inverse et concentrent leur analyse exclusivement sur la décomposition de la variance de l'erreur de prévision.

chocs d'offre et de demande, ainsi que de chocs de politique monétaire dans un système à quatre variables. Nous avons de plus identifié des chocs de politique budgétaire et montré que leurs effets sont conformes aux prévisions du modèle IS-LM, tout en étant clairement dominés, sur la période d'étude, par les chocs de politique monétaire. Il ne faudrait pas cependant conclure que les systèmes de plus grande dimension donnent systématiquement des résultats plus significatifs comme le montre la comparaison des résultats que nous obtenons avec les autres travaux disponibles par ailleurs. Les systèmes bivariés donnent en général des résultats plus significatifs, mais on est alors confronté aux problèmes de mauvaise identification induits par l'agrégation des chocs structurels sous-jacents.

9 Bibliographie

1. Bec F., et J. O. Hairault (1993), 'Une étude empirique des sources de fluctuations dans le cadre d'une modèle à tendances communes' *Annales d'économie et statistiques*, n° 30.
2. Bernanke, B.S. (1986) "Alternative explanations of the money-income correlation", *Carnegie Rochester Conference on Public Policy*, pp. 49-100.
3. Bernanke, B. S. et Mihov (1995) "Measuring monetary policy" Federal reserve Bank of San Francisco Working Paper, # 95-09
4. Blanchard, O. J. (1989) "A traditional explanation of macroeconomic fluctuations", *American Economic Review*, Décembre, vol. 79, no 5.
5. Blanchard, O. J. et D. Quah (1989) "The dynamic effects of aggregate demand and supply disturbances", *American Economic Review*, pp. 655-673
6. Blanchard, O et M. W. Watson (1986), "Are business cycles all alike?", dans R. Gordon, ed., *The American business cycle: continuity and change*, NBER et University of Chicago Press, pp. 123-56.
7. Bruneau, C. and O. De Bandt (1999) "Fiscal Policy in the transition to monetary union: a structural VAR model" Banque de France, *Notes d'études et de recherche*.
8. Christiano, L.J., M. Eichenbaum et C. Evans (1994) "The effects of monetary policy shocks : evidence from flow of funds", Federal Reserve Bank of Chicago Working Paper # 94-2.
9. Cochrane, J. (1994), 'Shocks', *Carnegie-Rochester Conference series on Public Policy*, décembre, pp. 295-365.
10. Cotis, J.P., B. Crépon, Y. L'Horty et R. Méary (1996) "Les stabilisateurs automatiques sont ils encore efficaces: le cas de la France dans les années 1990", Direction de la Prévision, *Document de Travail*.

11. Erkel-Rousse, H. et J. Mélitz (1997) "Une évaluation empirique des coûts de l'Union monétaire européenne" *Economie et Prévision*, 128.
12. Gerlach, S et F. Smets (1995), "The monetary transmission mechanism, evidence from the G7 countries", Bank for International Settlements, *Working Paper*, #27.
13. Gali, J (1992), "How well does the IS-LM model fit postwar US data", *Quarterly Journal of Economics*, Mai, pp 709-738.
14. Hamilton, J. D. (1994) *Time series analysis*, Princeton University Press.
15. King, R. G., C. I. Plosser, J. H. Stock et M. W. Watson (1991) "Stochastic trends and economic fluctuations" *American Economic Review*, Septembre.
16. Lütkepohl, H. and H. E. Reimers (1992) "Impulse response analysis of cointegrated systems", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 16, p.53-78.
17. Lütkepohl, H (1990), "Asymptotic distributions of impulse response functions and forecast error variance decompositions of vector autoregressive models" *The review of economics and statistics*, 72, pp. 116-125.
18. Melitz, J. et A. Weber (1996), "The costs and benefits of common monetary policy in France and Germany and possible lessons for monetary union", *CEPR Discussion papers* # 1374, Avril.
19. Mellander, E. A. Vredin et A. Warne (1992) "Stochastic trends and economic fluctuations in a small open economy" *Journal of applied econometrics*, vol. 7, p. 369-394.
20. Phillips, P. C. B. (1991), 'Optimal inference in cointegrated systems', *Econometrica*, Mars, pp. 283-306.
21. Quah, D. et V. Vahey (1995) "Measuring core inflation" *Economic Journal*, 105, p. 1130-1144.
22. Quah, D. (1990) 'Permanent and transitory movements in labor income: an explanation for excess smoothness in consumption', *Journal of Political Economy*, vol. 98, n0 3, pp 449-475.
23. Runkle, D. E. (1987) "Vector autoregressions and reality", *Journal of Business and Economic statistics*, Octobre, vol. 5, no 4.
24. Shapiro, M. D. et M.W. Watson (1988) "Sources of business fluctuations" in S. Fisher, ed., *NBER Macroeconomics Annual*, Cambridge, MIT Press, p111-48.
25. Sims, C. (1980a) "Macroeconomics and reality", *Econometrica*, january, vol. 48, n0 1.

26. Sims, C. (1980b), "Comparison of Interwar and Postwar Business cycles: monetarism reconsidered", vol. 70, n0 2, pp. 250-259.
27. Smets, F. (1996) "Monetary policy in the G7 countries: interest rates versus exchange rates", *mimeo*, Bank for International settlements, August.
28. Warne, A. (1993) "A common trends model: identification, estimation and inference", Institute for International Economic Studies, Seminar paper n0 555.
29. Watson, M.W. (1994) "Vector autoregressions and cointegration", in R.F. Engle and D.L. McFadden ed. *Handbook of Econometrics*, vol.4, pp. 2843-2915.

10 Annexe

10.1 Calcul des multiplicateurs dynamiques par inversion d'un modèle VAR

Soit une dynamique stationnaire admettant la décomposition de Wold:

$$X_t = C(L)\varepsilon_t$$

et, conjointement, une représentation VAR:

$$A(L)X_t = \varepsilon_t$$

En appliquant l'opérateur $A(L)$ aux deux membres de la première équation, on trouve:

$$A(L)X_t = A(L)C(L)\varepsilon_t$$

de sorte que, d'après la représentation VAR, on a:

$$A(L)C(L)\varepsilon_t = \varepsilon_t$$

ce qui implique l'identité:

$$A(L)C(L) = I_d$$

Pour obtenir les équations de récurrence, on écrit simplement que les coefficients des puissances L^h , $h \geq 1$, de l'opérateur retard L dans le produit:

$$A(L)C(L) = \left(\sum_{j=1}^p A_j \right) \left(\sum_{h=0}^{\infty} C_h L^h \right) = I_d$$

sont des matrices identiquement nulles:

$$\begin{aligned} C_0 &= I_{d,n} \\ C_1 &= A_1 \\ C_2 &= A_2 + C_1 A_1 \\ &\dots \\ C_k &= \sum_{h=1}^{\inf(k,p)} A_h C_{k-h} \end{aligned}$$

10.2 Réponse de long-terme

10.2.1 Approximation des réponses de long-terme lorsque la dynamique en niveau obéit à un VAR

On suppose, pour simplifier, que la dynamique des séries en niveau obéit à un modèle VAR d'ordre un (sinon on considère la représentation VAR d'ordre un du vecteur d'état, comme indiqué dans le corps du texte):

$$X_t = AX_{t-1} + \varepsilon_t$$

Sous les conditions d'initialisation standard: $x_0 = \varepsilon_\tau = 0$ pour tout $\tau \leq 0$, on peut écrire:

$$X_t = \sum_{h=0}^{t-1} A^h \varepsilon_{t-h}$$

Conjointement, on peut écrire:

$$X_t = \sum_{h=0}^{t-1} \Delta X_{t-h}$$

Or $\Delta X_t = C(L)\varepsilon_t = \sum_{h=0}^{t-1} C_h \varepsilon_{t-h}$, de sorte que l'effet cumulé du choc ε_{t-h} sur X_t est caractérisé comme:

$$\sum_{h=0}^{t-1} C_h \approx A^{t-1}$$

10.2.2 Réponses cumulées et influences sur la composante tendancielle

Etant donné la décomposition de Wold structurelle sur le système en différence (équation (9)):

$$\Delta X_t = \Theta(L)\omega_t$$

on définit l'opérateur $\Theta_{ik}^*(L)$ par:

$$\Theta_{ik}(L) = \Theta_{ik}(1) + \Theta_{ik}^*(L)(1 - L)$$

de sorte que, par sommation, membre à membre des relations:

$$\begin{aligned} \Delta X_{is} &= \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}(L)\omega_{ks} \\ &= \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}(1)\omega_{ks} + \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}^{**}(L)(\omega_{ks} - \omega_{ks-1}) \end{aligned}$$

écrites pour s compris entre 1 et t , on obtient, sous les conditions d'initialisation standard:

$$X_{it} = \sum_{s=1}^t \Delta X_{is} = \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}(1) \sum_{s=1}^t \omega_{ks} + \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}^*(L)\omega_{kt}$$

soit:

$$X_{it} = x_{i0} + T_{it} + C_{it}^*$$

où la tendance T_{it} est définie par:

$$T_{it} = \sum_{k=1}^n \Theta_{ik}(1) \sum_{s=1}^t \omega_{ks}$$

ce qui montre que les multiplicateurs dynamiques de long-terme permettent de mesurer les influences des chocs sur la tendance d'une série.

10.3 Expression des contraintes de long-terme de la forme moyenne mobile structurelle comme contraintes d'exclusion du VAR "structurel"

Dans le cas trivarié, la matrice $\Theta(1)$ de la forme moyenne mobile structurelle (équation (9) ci-dessus) s'écrit:

$$\Theta(1) = \begin{bmatrix} \Theta_{11}(1) & 0 & 0 \\ \Theta_{21}(1) & \Theta_{22}(1) & \Theta_{23}(1) \\ \Theta_{31}(1) & \Theta_{32}(1) & \Theta_{33}(1) \end{bmatrix}$$

Dans ce cas, la matrice $B(1)$ du VAR structurel, proportionnelle à l'adjointe $Adj(\Theta(1))$ est telle que:

$$B(1) = \begin{bmatrix} B_{11}(1) & 0 & 0 \\ B_{21}(1) & B_{22}(1) & B_{23}(1) \\ B_{31}(1) & B_{32}(1) & B_{33}(1) \end{bmatrix}$$

de sorte que les contraintes de long-terme $\{\Theta_{12}(1) = \Theta_{13}(1) = 0\}$ peuvent être traduites, dans l'équation du PIB, par l'exclusion des différences premières retardées Δp de l'inflation (variable $I(1)$) et des valeurs passées du différentiel de taux d'intérêt). Pour simplifier, on ne tient pas compte alors du déficit budgétaire. De façon à orthogonaliser les chocs on regresse Δy_t sur ses retards et sur les valeurs contemporaines et retardées des autres variable du système:

$$\Delta y_t = \sum_{h=1}^p B_{11,h} \Delta y_{t-h} + \sum_{h=0}^p B_{12,h}^* \Delta^2 p_{t-h} + \sum_{h=0}^p B_{13,h}^* \Delta R_{t-h} + \omega_{1t}$$

comme le montrent les décompositions:

$$\begin{aligned} B_{12}(L) \Delta p_t &= B_{12}(1) \Delta p_t + B_{12}^*(L) (1-L) \Delta p_t \\ &= B_{12}(1) \Delta p_t + \sum_{h=0}^p B_{12,h}^* \Delta^2 p_{t-h} \end{aligned}$$

et:

$$\begin{aligned} B_{13}(L) R_t &= B_{13}(1) R_t + B_{13}^*(L) (1-L) R_t \\ &= B_{13}(1) R_t + \sum_{h=0}^p B_{13,h}^* \Delta R_{t-h} \end{aligned}$$

10.4 Estimation des impulsions structurelles par la méthode de Shapiro et Watson (1989)

(Voir Gerlach et Smets, 1995 et Smets, 1996)

Dans le cas du système étudié, comprenant 4 variables, le choc d'offre est déterminé, ainsi que dans la section précédente, comme résidu d'une régression dans laquelle les variables contemporaines de toutes les variables sont incluses. On intègre par là 3 contraintes d'identification à nature économique et 3 contraintes d'orthogonalisation. On introduit une matrice de retards notée $A' = W^{-1}A$, avec A la matrice de retards définie à l'équation (1) du corps du texte et W une matrice 4×4 comprenant le vecteur $(1, A_{12,0}, A_{13,0}, A_{14,0})$ en première ligne et une matrice 3×4 de type $[0, I_3]$ en bloc inférieur. Les matrices $A'_{1j,h}$ pour $2 \leq j \leq 4$ résultent de la décomposition entre effets de court et de long terme et sont explicitées ci-dessous.

$$\begin{aligned} \Delta PIB_t &= \sum_{h=1}^p A'_{11,h} \Delta PIB_{t-h} \\ &+ \sum_{h=0}^p A'_{12,h} \Delta^2 p_{t-h} + \sum_{h=0}^p A'_{13,h} \Delta^2 i_{t-h} + \sum_{h=1}^p A'_{14,h} \Delta S_{t-h} + \omega_{st} \end{aligned}$$

On considère ensuite les trois régressions (correspondant à trois équations du modèle VAR canonique, en notant p , i , S respectivement l'indice de prix, le taux d'intérêt nominal et le ratio Déficit/PIB):

$$\Delta p_t = \sum_{h=1}^p A_{21,h} \Delta PIB_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{22,h} \Delta p_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{23,h} \Delta i_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{24,h} S_{t-h} + \varepsilon_{2t}$$

$$\Delta i_t = \sum_{h=1}^p A_{31,h} \Delta PIB_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{32,h} \Delta p_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{33,h} \Delta i_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{34,h} S_{t-h} + \varepsilon_{3t}$$

$$S_t = \sum_{h=1}^p A_{41,h} \Delta PIB_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{42,h} \Delta p_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{43,h} \Delta i_{t-h} + \sum_{h=1}^p A_{44,h} S_{t-h} + \varepsilon_{4t}$$

Par construction, les innovations canoniques ε_{it} sont non corrélées au choc ω_{st} . En effet, d'après le principe de la régression linéaire, le résidu ω_{st} de la première équation est non-corrélé aux régresseurs de cette équation et en particulier aux régresseurs contemporains $\Delta^2 p_t = \Delta p_t - \Delta p_{t-1}$, $\Delta^2 i_t = \Delta i_t - \Delta i_{t-1}$ et ΔS_t . Il est donc non corrélé aux variables Δp_t , Δi_t et S_t et par conséquent aux innovations canoniques correspondantes. Par exemple, on écrira:

$$\varepsilon_{2t} = \Delta p_t - \sum_{h=1}^p A_{21,h} \Delta PIB_{t-h} - \sum_{h=1}^p A_{22,h} \Delta p_{t-h} - \sum_{h=1}^p A_{23,h} \Delta i_{t-h} - \sum_{h=1}^p A_{24,h} S_{t-h}$$

Par ailleurs, le résidu ω_{st} est le seul qui a un effet à long terme sur le PIB, alors que les autres chocs n'ont pas d'effet à long terme. Ceci explique pourquoi, dans la régression de ΔPIB_t sur l'ensemble des variables retardées ou contemporaines du système, les coefficients $A'_{1j}(1)$, pour $2 \leq j \leq 4$, des variables Δp_t , Δi_t et S_t sont égaux à zéro. Cela apparaît en écrivant :

$$A'_{1j}(L) = A'_{1j}(1) + (1 - L)A'^*_{1j}(L)$$

Or, pour la structure partiellement récursive considérée, la nullité jointe de ces coefficients est équivalente à la nullité jointe des multiplicateurs de long terme correspondants (voir annexe précédente).

Dès lors, le résidu de l'équation de PIB correspond au choc d'offre, défini de manière unique. On notera que l'équation du PIB qui fait intervenir des régresseurs contemporains est estimée en utilisant des variables instrumentales. Les instruments sont les variables retardées ΔPIB_{t-h} , Δp_{t-h} , Δi_{t-h} , S_{t-h} pour $h \geq 1$.

Les autres chocs structurels sont ensuite estimés comme résidus de régressions successives.

En particulier, parce que les autres chocs sont orthogonaux au choc d'offre, les coefficients P_{j1} pour $2 \leq j \leq 4$ de la matrice de passage des chocs canoniques aux chocs structurels sont obtenus à partir des régressions:

$$\varepsilon_{jt} = P_{j1}\omega_{st} + \xi_{jt}, \forall j, 2 \leq j \leq 4$$

On peut remarquer aussi que les chocs structurels, parce qu'ils sont orthogonaux au choc d'offre, peuvent être décomposés sur la base ξ_{jt} , $2 \leq j \leq 4$. De plus, parce que les chocs de politique monétaire et budgétaire sont supposés n'avoir pas d'effet instantané sur la variable activité (ce qui constitue deux hypothèses supplémentaires d'identification), l'effet de ω_d , le choc de demande privé, sur l'activité peut être identifié à un facteur multiplicatif près, choisi comme égal à un. On a donc finalement:

$$\omega_{dt} = +A'^*_{12,0}\xi_{2t} + A'^*_{13,0}\xi_{3t} + A'^*_{14,0}\xi_{4t}$$

Pour compléter l'identification, on impose ensuite par régression deux contraintes supplémentaires d'orthogonalisation, 4 contraintes de normalisation des chocs et une contrainte économique sur le choc de politique monétaire.

10.5 Utilisation de la procédure IMPULSE du logiciel RATS

Pour un système de deux équations simultanées, la procédure IMPULSE de RATS, combiné à une décomposition de Choleski, peut être appliquée comme suit. On attribue des numéros aux équations:

$$\begin{aligned} X_{1,t} &= \alpha_{12,0}X_{2t} + \sum_{k=1}^p \alpha_{11,k}X_{1t-k} + \sum_{h=1}^p \alpha_{12,k}X_{2t-k} + \omega_{1t} \\ X_{2,t} &= \sum_{h=1}^p \alpha_{21,k}X_{1t-k} + \sum_{h=1}^p \alpha_{22,k}X_{2t-k} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

D'après les principes de la régression linéaire, le résidu de la première équation est non corrélé aux regressseurs $X_{2,t-h}$, $h \geq 0$ et $X_{1,t-h}$, $h \geq 1$ et par conséquent à l'innovation ε_{2t}

Lorsqu'on appelle la procédure IMPULSE, en se référant aux équations précédentes, appelées par leur numéro, les paramètres $\alpha_{ij,k}$, caractéristiques du mécanisme de propagation, ont été estimés et les réponses du système aux chocs ω_1 et ε_2 peuvent être évaluées selon:

$$\begin{bmatrix} X_{1t} - \alpha_{12,0}X_{2t} \\ X_{2t} \end{bmatrix} = \sum_{h=0}^{t-1} A^h \begin{bmatrix} \omega_{1,t-h} \\ \varepsilon_{2,t-h} \end{bmatrix} + A^t \begin{bmatrix} x_{10} - \alpha_{12,0}x_{20} \\ x_{20} \end{bmatrix}$$

Plus précisément, les réponses aux chocs ω_1 et ε_2 des variables $X_{1t} - \alpha_{12,0}X_{2t}$ et X_{2t} sont caractérisées par les multiplicateurs dynamiques extraits des matrices A^h , fonction des seuls paramètres $\alpha_{ij,h}$ du système d'équations simultanées. Par exemple, le multiplicateur $C_{11,h}$, qui caractérise la réponse de la variable $X_{1t} - \alpha_{12,0}X_{2t}$ au choc $\omega_{1,t-h}$ est l'élément (1,1) de la matrice A^h , $(A^h)_{11}$.

Il est facile alors d'en déduire les réponses des variables X_{1t} et X_{2t} aux mêmes chocs: par exemple, la réponse de la variable X_{1t} au choc $\omega_{1,t-h}$ est donnée par:

$$(A^h)_{11} - \alpha_{12,0} (A^h)_{21}$$

On note que l'on peut toujours faire référence à l'ensemble d'équations représentées par le VAR canonique, calculer par la procédure IMPULSE les fonctions de réponse correspondant aux innovations correspondantes ε , puis, en ajoutant l'option $DECOMP = P$, pour une matrice P , estimée au préalable, les fonctions de réponse qui sont associées à un ensemble d'impulsions structurelles ω , définies par $\omega = P^{-1}\varepsilon$.

Il est important de noter toutefois que l'existence de relations de cointégration induit des difficultés sur l'identification des chocs structurels.

10.6 Identification de la matrice P pour une dynamique cointégrée

Il est intéressant de passer d'abord en revue les résultats analytiques disponibles dans la littérature et qui peuvent être utilisés dans le cas cointégré.

A ce titre, nous mentionnons d'abord les travaux de Lütkepohl et Reimers (1992).

10.6.1 Estimation de multiplicateurs dynamiques de long-terme pour une dynamique cointégrée (Lütkepohl et Reimers, 1992)

Conformément aux résultats obtenus par Lütkepohl et Reimers (1992), on peut considérer le modèle VAR en niveau, estimer ces paramètres comme des fonctions des paramètres du modèle à correction d'erreur correspondant. Une fois ces paramètres A estimés en tenant compte ainsi des contraintes de cointégration, on peut évaluer les multiplicateurs dynamiques canoniques cumulés en les approchant par les puissances successives $A^H \approx \sum_{h=0}^H C_h$, pour les différentes valeurs de H .

On connaît la loi asymptotique des estimateurs \widehat{A}^H correspondants (pour des longueurs de trajectoires infiniment longues) et on peut donc évaluer analytiquement les intervalles de confiance associés. Lorsqu'on s'intéresse ensuite aux fonctions de réponse structurelles, on dispose encore de résultats analytiques (Lütkepohl et Reimers, 1992), lorsque l'orthogonalisation est réalisée par une décomposition de Choleski de la matrice de variance-covariance des innovations canoniques. On peut généraliser (Bruneau, 1997) ces résultats au cas où l'identification est réalisée par l'imposition de contraintes identifiantes qui sont exclusivement des contraintes de court-terme, en généralisant la démarche adoptée par Hamilton (1994).

Lorsque l'identification fait par contre intervenir des contraintes de long-terme, on perd a priori la simplicité des calculs analytiques dérivés par Lütkepohl et Reimers (1992), parce que ces contraintes interfèrent avec les contraintes de cointégration. Il faut en particulier noter que le choix des contraintes économiques identifiantes ne peut être effectué sans considérer avec attention les contraintes de nullité supplémentaires qui sont imposées de facto par la dégénérescence du rang de $C(1)$ (à savoir $\alpha'\Theta(1)P = 0$).

Ainsi, dans le cas simple d'un système trivarié comportant deux relations de cointégration, la matrice $C(1)$ est de rang un, de sorte que l'identification usuelle d'un choc d'offre reposant sur l'hypothèse de nullité de deux multiplicateurs dynamiques de long-terme structurels associés à la variable d'activité se traduit par l'imposition des mêmes contraintes sur les multiplicateurs dynamiques de long-terme des autres variables du système, soit:

$$\Theta(1) = \begin{bmatrix} \Theta_{11}(1) & 0 & 0 \\ \Theta_{21}(1) & 0 & 0 \\ \Theta_{31}(1) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

si la première série décrit l'évolution de l'activité.

Dans ce cas précis, il faut supposer que l'unique tendance commune τ du système (la tendance est unique parce qu'il existe deux relations de cointégration dans un système traivarié) résulte des seuls chocs d'offre ω_s , soit à la date t :

$$\tau_t = \sum_{h=1}^t \omega_{sh}$$

Il convient alors d'adopter le mode d'identification général proposé par Mellander et al. (1992).

10.6.2 Identification de chocs persistants et transitoires (Mellander et al., 1992)³²

Ces auteurs choisissent d'opérer une distinction *a priori* entre des chocs dits persistants et transitoires, ainsi qualifiés en référence à leurs effets, respectivement persistants et transitoires. Les premiers chocs sont ainsi associés à des multiplicateurs dynamiques de long-terme qui ne sont pas tous égaux à zéro. Ils contribuent aux tendances communes du système: celles-ci sont plus précisément spécifiées comme des combinaisons linéaires

³²Voir aussi King et alii (1991), de même que Bec et Hairault (1993).

des marches aléatoires définies à partir des seuls chocs persistants. Les chocs transitoires complètent l'ensemble des chocs persistants pour constituer une base de n chocs, pour un système de dimension n .

Plus précisément, l'identification est réalisée comme suit.

La représentation à tendances communes s'écrit:

$$X_t = \Upsilon \alpha'_\perp \sum_{s=0}^t \Theta(1) \omega_s + \Theta^*(L) \omega_t$$

Ces propriétés sont observées lorsque la matrice $\Theta(1)$ n'est pas de plein rang, en l'occurrence de rang $n - r$, $0 < r < n$, où r désigne le rang de cointégration. α_\perp est la matrice $n \times (n - r)$, de rang $n - r$, dont les colonnes sont des vecteurs orthogonaux aux vecteurs de cointégration.

On remarque que $\alpha'_\perp \Theta(1) \omega = \omega^{(p)}$ (p comme persistant) est un bruit blanc $(n - r)$ -dimensionnel, de matrice de variance-covariance régulière. Dans ces conditions, les tendances τ_i , $1 \leq i \leq n - r$, des différentes séries s'expriment comme des combinaisons linéaires des $n - r$ marches aléatoires $\sum_{s=0}^t \omega_{ks}^{(p)}$.

Les contraintes identifiantes sont alors les suivantes.

1. La matrice α_\perp est choisie de façon à rendre diagonale la matrice de variance-covariance des $\omega_t^{(p)}$. Plus précisément, pour définir α_\perp , on a $n(n - r)$ éléments à déterminer, contraints par la relation:

$$E(\omega_t^{(p)} \omega_t^{(p)'}) = \alpha'_\perp \Theta(1) \sum \Theta(1)' \alpha_\perp = Id_{n-r}$$

ce qui représente $(n - r)(n - r + 1)/2$ contraintes, puisque la matrice intervenant de gauche de l'équation est, par construction, symétrique.

2. Les $r(n - r)$ contraintes imposées par les propriétés de cointégration du système:

$$\alpha'_\perp \alpha_\perp = 0$$

3. Pour réaliser l'identification de la matrice α_\perp , il faut enfin imposer $(n - r)(n - r - 1)/2$ contraintes supplémentaires. Ces contraintes sont structurelles, c'est-à-dire justifiées par la seule considération d'a priori économiques, et sont analogues aux contraintes identifiantes présentées dans les sections antérieures.

On peut noter que Smets (1996) met en oeuvre la procédure d'identification précédente dans le cas dégénéré où la seule relation de cointégration est associée à l'unique série stationnaire du système et obtient des résultats similaires aux résultats obtenus en appliquant la méthode d'identification de Shapiro et Watson (1989).

On notera que l'estimation du système d'équations simultanées, tel qu'il est préconisé par Shapiro et Watson s'accommode mal d'une représentation autorégressive en niveau parce qu'il est alors difficile de traduire les contraintes de long-terme, qui sont par contre facilement exprimées à partir de la représentation de la dynamique des différences

premières. Mais dans ce dernier cas, il est difficile de traduire les contraintes de cointégration. On peut alors penser au modèle RVAR présenté en 10.6, qui intègre, par construction, les contraintes de cointégration, mais il faut alors traduire les contraintes identifiantes de long-terme dans le cadre de cette paramétrisation, en utilisant la relation qui existe entre cette paramétrisation et la paramétrisation “à tendances communes” (Mellander et al., 1992):

$$\begin{aligned}\omega_t &= \begin{bmatrix} \omega_k^{(p)} \\ \omega_r^{(t)} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} F_p \\ F_{tr} \end{bmatrix} \varepsilon_t\end{aligned}$$

où F_k et F_r sont des matrices de dimensions respectives $(n-r) \times n$ et $r \times n$, définies par³³:

$$F_p = (\Upsilon \Upsilon')^{-1} \Upsilon' C(1)$$

$$F_{tr} = (Q_{tr})^{-1} \gamma' \Sigma^{-1}$$

avec $\gamma = M^{-1} B(1) \Delta(1) M \alpha (\alpha' \alpha)^{-1}$ et Q_{tr} une matrice $r \times r$ choisie de façon à ce que la matrice $\gamma' \Sigma^{-1} \gamma$ soit diagonale.

Le RVAR canonique doit alors être remplacé par un modèle RVAR structurel.

Alors, pour la “bonne” matrice P identifiante, on peut exprimer les multiplicateurs dynamiques, compatibles avec la dynamique RVAR, intégrant toutes les contraintes d’identification, selon:

$$\Theta(L) = M^{-1} D(L) B^{-1}(L) M P$$

Dans tous les cas, on notera que la représentation de la dynamique dite à correction d’erreur (MCE), équivalente à toutes les représentations précédentes, n’intervient qu’indirectement dans la procédure d’identification, simplement parce que cette représentation ne peut pas être inversée directement selon la décomposition de Wold, parce qu’elle n’a pas la structure autorégressive essentielle pour effectuer cette inversion.

Cette remarque vaut également, lorsqu’on envisage une estimation, par simulation, des multiplicateurs dynamiques et des intervalles de confiance associés.

³³Dans leur article, King et al. (1987) expriment les contraintes de cointégration en écrivant la matrice Υ , $n \times (n-r)$, sous la forme $\Upsilon = \Upsilon_0 \Pi$. Υ_0 est une matrice $n \times (n-r)$ de coefficients connus, telle que $\alpha' \Upsilon_0 = 0$, qui intègre aussi les $(n-r)(n-r+1)/2$ contraintes supplémentaires. Les coefficients “libres” sont regroupés dans la matrice Π de dimension $(n-r) \times (n-r)$.

Dans ce cas, il s’agit d’identifier la matrice Π telle que: $\Upsilon \Upsilon' = \Theta(1) \Sigma \Theta(1)'$, c’est-à-dire que

$$\text{III}' = (\Upsilon_0' \Upsilon_0)^{-1} \Upsilon_0' \Theta(1) \Sigma \Theta(1)' \Upsilon_0 (\Upsilon_0' \Upsilon_0)^{-1} \quad (10)$$

On a donc $(n-r)(n-r+1)/2$ contraintes puisque la matrice III' est symétrique. Π est alors parfaitement identifiée, si on choisit une décomposition de Choleski du membre de droite de l’équation précédente (Π prend donc une structure triangulaire inférieure). Ce choix peut être considéré comme une simple normalisation des chocs structurels.

10.6.3 Estimation des fonctions de réponse par simulation

On fait référence au système d'équations correspondant au modèle VAR en niveau, à condition d'estimer les paramètres de ce modèle en tenant compte des contraintes de cointégration, c'est-à-dire en estimant les paramètres du VAR comme des fonctions des paramètres de la représentation à correction d'erreur (Lütkepohl et Reimers, 1992).

Lorsqu'on dispose d'un mode d'estimation de la matrice P , identifiée par un ensemble de contraintes intégrant les contraintes de cointégration on peut, par exemple dans le cadre du logiciel RATS, ajouter l'option $DECOMP = P$, pour obtenir les réponses des différentes composantes du VAR aux chocs ω . Les difficultés sont du même ordre que celles indiquées à propos de l'évaluation analytique des intervalles de confiance.

Soit, on peut écrire un système d'équations simultanées, où toutes les contraintes identifiantes (y compris les contraintes de cointégration) se traduisent comme dans le cas étudié par Shapiro et Watson (1989). On peut alors procéder comme décrit dans le cas non-cointégré.

Soit, on peut estimer la matrice P par la méthode de Gali (les contraintes de cointégration sont des contraintes sur les multiplicateurs dynamiques de long-terme comparables aux contraintes identifiantes dites de long-terme considérées précédemment dans le cas non-cointégré). On inverse alors le modèle VAR en niveau, estimé en tenant compte des contraintes de cointégration, selon les principes adoptés par Lütkepohl et Reimers (1992). Dans ce cas, il est plus simple d'intégrer les contraintes de long-terme, exprimées en fonction des multiplicateurs dynamiques cumulés approchés ($\sum_{h=0}^H C_h \approx A^H$), dans l'estimation de P . On notera cependant que l'estimation n'est pas aussi précise que dans le cas où les contraintes sont exprimées directement en fonction des multiplicateurs dynamiques de long-terme $C(1)$, déduits du VAR cointégré.

10.7 Méthode des Moments Généralisés (Watson, 1994)

Lorsque les modèles sont sur-identifiés, la méthode des MCO n'est pas applicable. L'analyse se concentre ici sur la Méthode Généralisée des Moments (GMM). C'est la méthode utilisée par Bernanke et Mihov (1995), qui testent différentes hypothèses sur le fonctionnement du marché interbancaire, certaines d'entre elles imposant plus de contraintes que nécessaire pour assurer l'identification.

On s'attache ici à déterminer les coefficients du VAR Structurel après intégration des contraintes d'identification (Watson, 1994). Par exemple, dans un modèle bivarié $\Delta Y_t = (y_{1t}, y_{2t})'$, une contrainte de court terme du type $A_{12,0} = 0$ signifie que l'équation de $y_{1t} = \delta_1 W_{1t} + \omega_{1t}$ ne contient pas y_{2t} comme régresseur, c'est-à-dire que $W_{1t} = (y_{1,t-1}, \dots, y_{1,t-p}, y_{2,t-1}, \dots, y_{2,t-p})$. Si on étudie un modèle juste-identifié (on n'impose pas de contraintes sur A_{21} et A_{22}), on a $y_{2t} = \delta_2 W_{2t} + \omega_{2t}$, et $W_{2t} = (y_{1,t}, \dots, y_{1,t-p}, y_{2,t-1}, \dots, y_{2,t-p})$. En considérant le vecteur de variables instrumentales $Z_t = (y_{1,t-1}, y_{2,t-1}, \dots, y_{1,t-p}, y_{2,t-p})'$ (qui sont incluses dans l'espace d'information en t), on peut écrire $4p + 1$ conditions sur les moments :

$$E(Z_t \omega_{1t}) = 0$$

$$E(Z_t \omega_{2t}) = 0$$

$$E(\omega_{2t}\omega_{1t}) = 0$$

En notant $u_t = (Z_t'\omega_{1t}, Z_t'\omega_{2t}, \omega_{1t}\omega_{2t})'$, et $\bar{u} = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t$, les estimateurs de δ_1, δ_2 (c'est-à-dire les paramètres A_0, \dots, A_p du modèle VAR structurel) de GMM sont alors obtenus comme solution du programme:

$$\{\delta_1, \delta_2\} \in Arg \min \bar{u}' \hat{\Sigma}_u \bar{u}$$

où $\hat{\Sigma}_u$ désigne un estimateur asymptotiquement sans biais de $E(u_t u_t')$

Si on n'intègre qu'une seule contrainte de court terme de type $A_{12,0} = 0$, on vérifie que l'on a bien un système juste-identifié, puisque l'on a $4p + 1$ contraintes pour $4p + 1$ coefficients à estimer (A_0, \dots, A_p , avec les éléments diagonaux de A_0 pris égaux zéro). La méthode GMM est alors équivalente à celle des Variables Instrumentales.

En revanche, s'il existe davantage de contraintes exprimées sous la forme de conditions supplémentaires sur les moments, on peut développer le test J de sur-identification, en comparant la valeur du critère de minimisation précédent à un $\chi^2(r)$, où r est le nombre de contraintes sur-identifiantes considérées. Toutefois, le rejet du modèle sur-identifié correspond au rejet de l'ensemble des contraintes, puisqu'il n'est pas possible d'individualiser les contraintes sur-identifiantes.

Tests de Stationnarité (Dickey Fuller)						
$\Delta x_t = \alpha + \beta t + \rho x_{t-1} + \sum_{j=1}^k \Delta x_{t-j}$						
1972:1 1995:2						
Variabes	Ordre	nb retards (k)	ρ (Test : $\rho - 1$)	Temps (Student)	Constante (Student)	Box Pierce (p-value)
$\ln y_t$	1	4	.27 (-4.15)	.004 (3.24)		24.8 (0.3)
$\ln p_t/p_{t-4}$	1	8	.30 (-4.53)			30.1 (0.09)
	1	12	0.53 (-2.26)			21.1 (0.4)
$i_t^F - i_t^G$	1	0	0.05 (-9.55)			12.2 (0.9)
S_t^F	0	1	0.82 (-2.42)			21.2 (0.9)

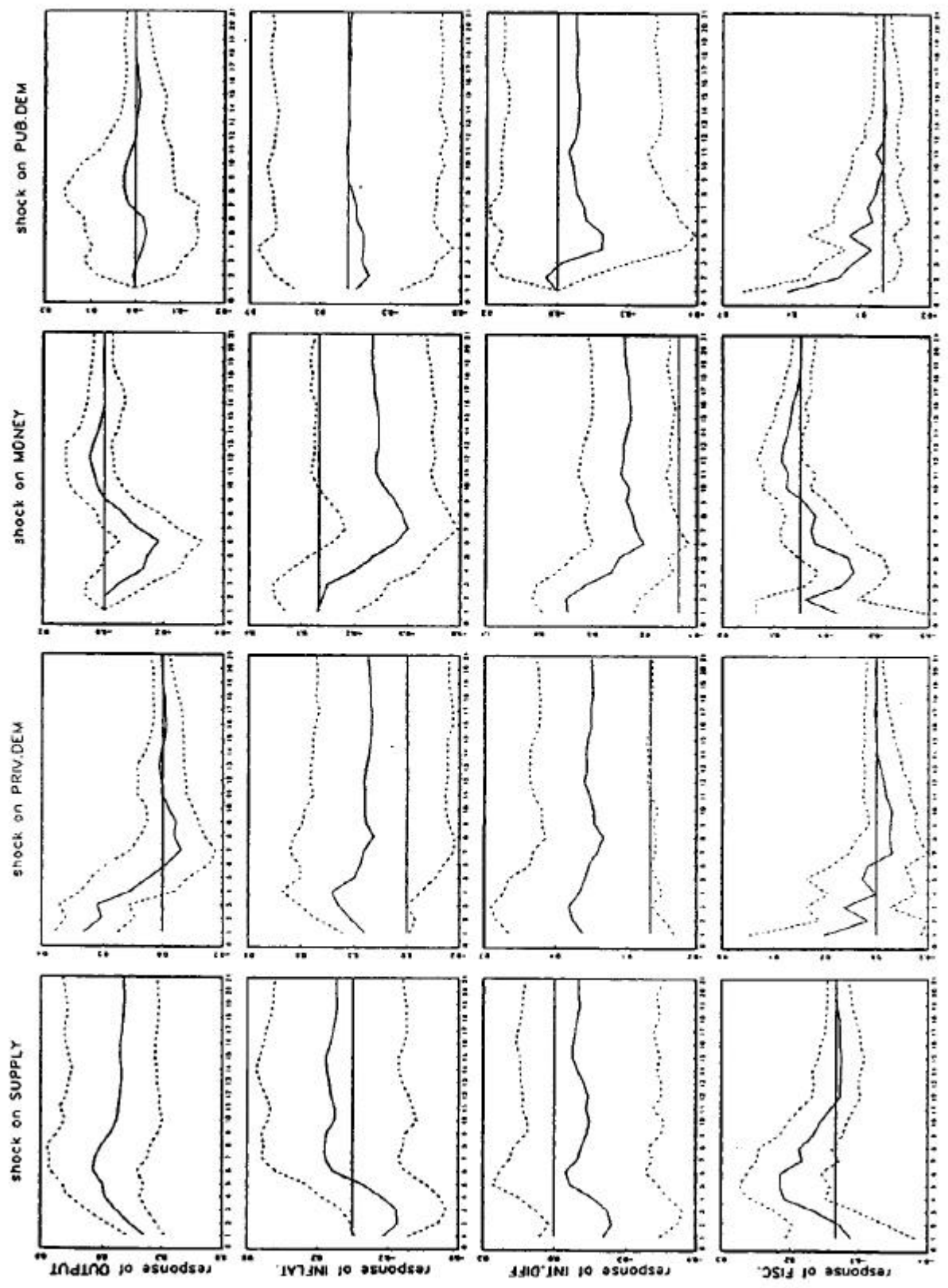
Table 1: Tests de Stationnarité

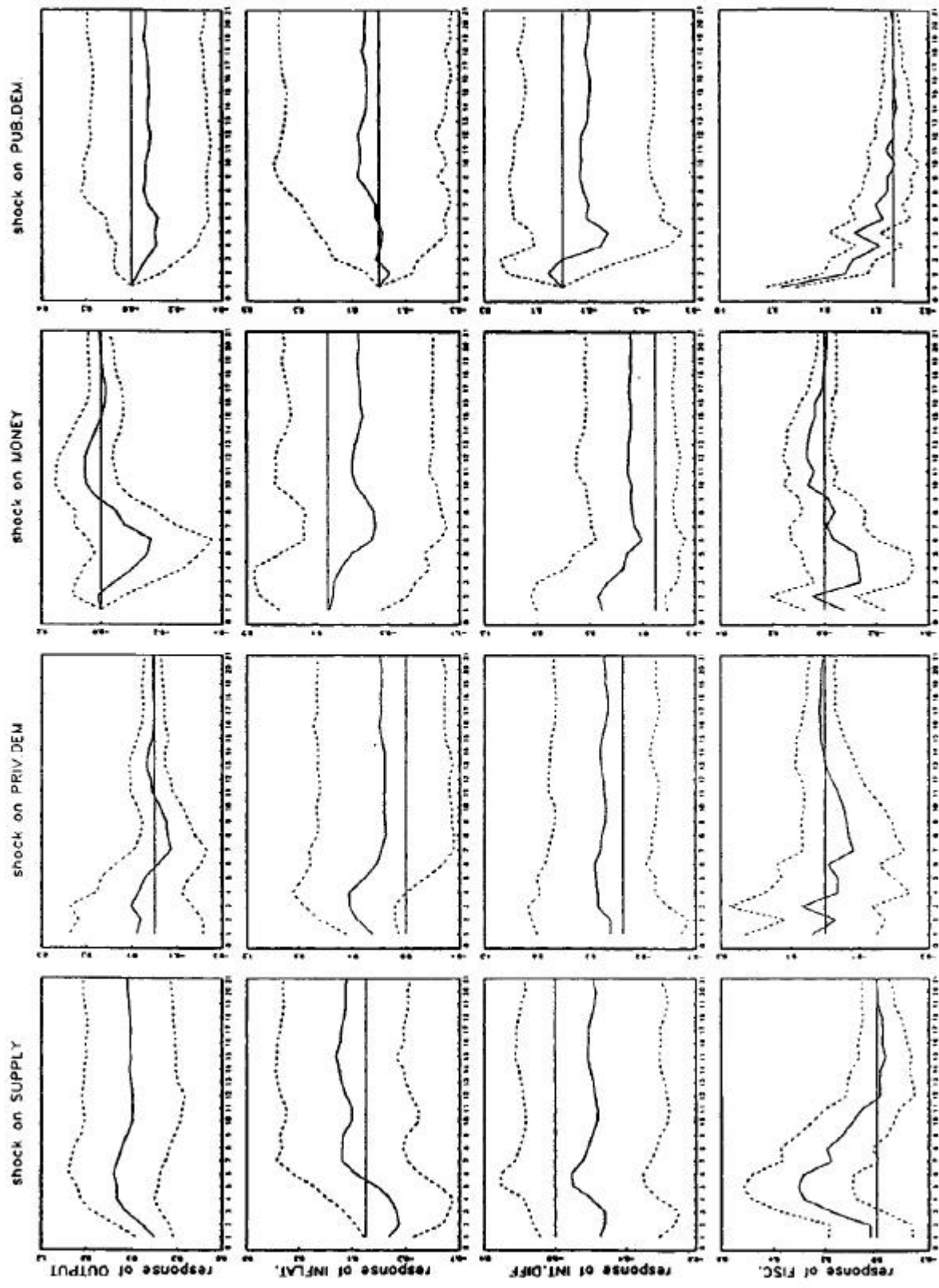
Décomp. de la Variance de l'erreur de prévision (variables en niveau)					
système $(\Delta PIB, \Delta^2 P, \Delta(\tau^F - \tau^G), S/PIB)$ Contrainte de long terme pour l'effet de la politique budgétaire sur le PIB					
Contribution des différents chocs (%)					
variable	horizon	ω^s	ω^d	ω^m	ω^p
$\ln y_t$	1	78.0	22.0	0.0	0.0
	2	84.3	15.6	0.0	0.0
	5	89.4	6.8	3.2	0.6
	10	92.9	3.3	3.4	0.4
	20	96.0	1.8	1.9	0.3
	∞	100.0	0.0	0.0	0.0
$\ln p_t/p_{t-4}$	1	21.3	62.9	15.2	0.6
	2	21.8	58.0	18.6	1.7
	5	10.5	48.6	39.9	1.0
	10	7.6	26.2	65.7	0.6
	20	7.8	21.5	69.9	0.8
	∞	7.6	17.6	73.9	0.9
$i_t^F - i_t^G$	1	8.7	27.4	63.9	0.0
	2	12.0	27.4	60.5	0.1
	5	15.9	31.2	49.8	3.0
	10	17.6	35.0	40.6	6.8
	20	19.9	38.4	33.4	8.3
	∞	21.8	42.2	25.8	10.2
S_t/PIB_t	1	0.0	1.9	0.8	97.2
	2	0.1	1.8	1.8	96.3
	5	21.7	2.4	10.7	65.2
	10	34.2	3.9	9.2	52.8
	20	33.5	4.0	10.9	51.6
	∞	33.5	4.0	10.9	51.6

Table 2: Décomposition de la variance

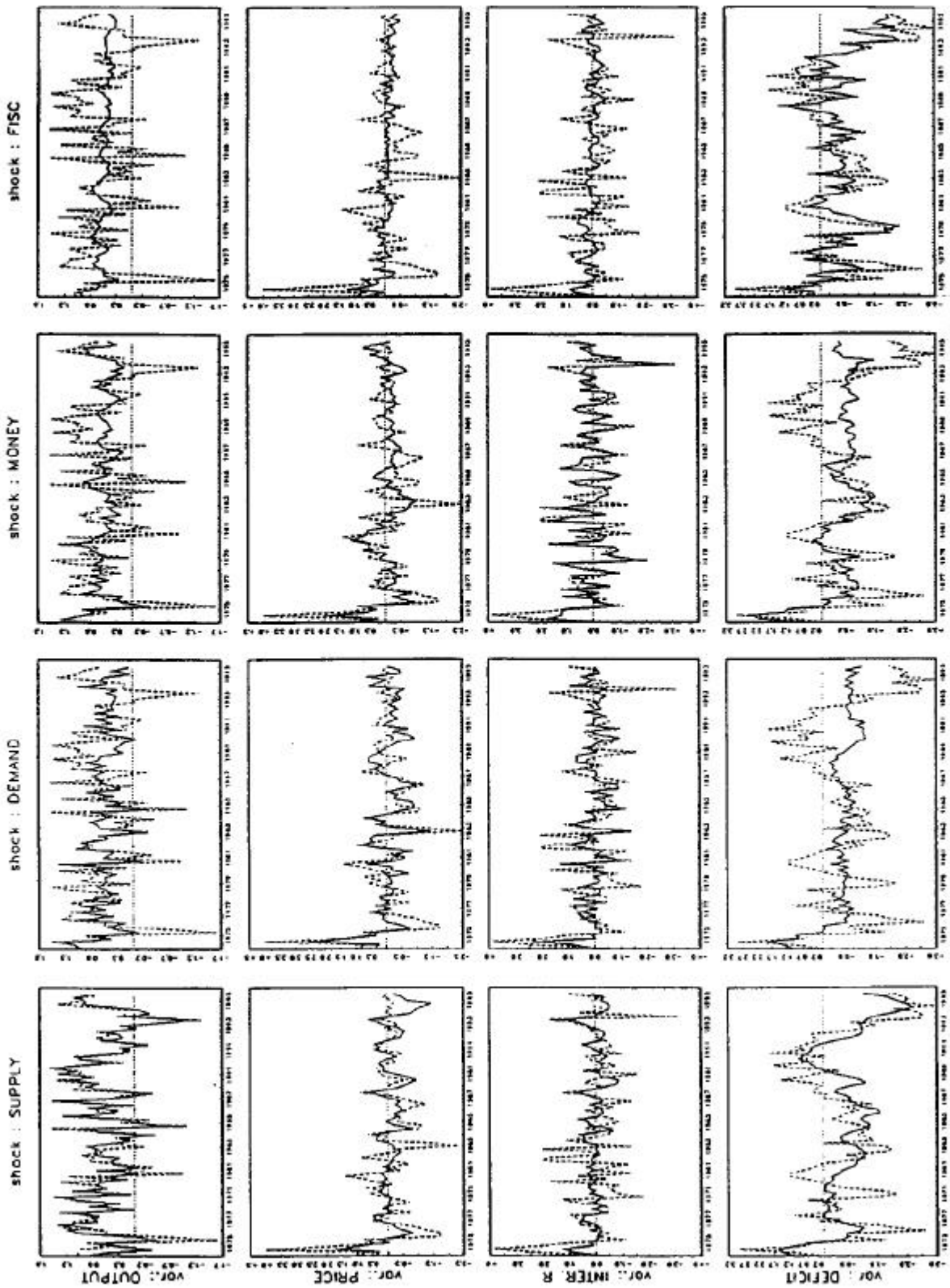
Décomp. de la Variance de l'erreur de prévision (variables en niveau)					
système ($\Delta PIB, \Delta^2 P, \tau^F - \tau^G, S/PIB$)					
Contrainte de long terme pour l'effet de la politique budgétaire sur le PIB					
Contribution des différents chocs (%)					
variable	horizon	ω^s	ω^d	ω^m	ω^p
$\ln y_t$	1	89.9	10.1	0.0	0.0
	2	90.6	8.4	0.9	0.1
	5	78.6	12.8	8.5	0.1
	10	79.0	10.1	10.7	0.2
	20	88.3	5.8	5.7	0.2
	∞	100.0	0.0	0.0	0.0
$\ln p_t/p_{t-4}$	1	2.6	27.3	42.5	27.5
	2	4.0	32.8	34.4	28.8
	5	2.4	66.4	16.4	14.8
	10	1.2	74.7	16.2	8.0
	20	0.9	83.0	11.7	4.4
	∞	1.2	89.5	6.4	2.6
$i_t^F - i_t^G$	1	4.2	27.8	68.0	0.0
	2	2.8	26.7	70.0	0.5
	5	2.5	26.5	70.6	0.4
	10	3.0	32.6	63.1	1.3
	20	4.4	33.5	60.0	2.1
	∞	4.6	33.6	59.7	2.1
S_t/PIB_t	1	0.8	24.9	12.9	61.5
	2	0.8	20.5	12.9	65.8
	5	8.0	34.9	12.6	44.6
	10	17.7	32.7	11.3	38.2
	20	16.0	32.6	20.0	31.3
	∞	15.7	33.5	20.6	30.2

Table 3: Décomposition de la variance : variante

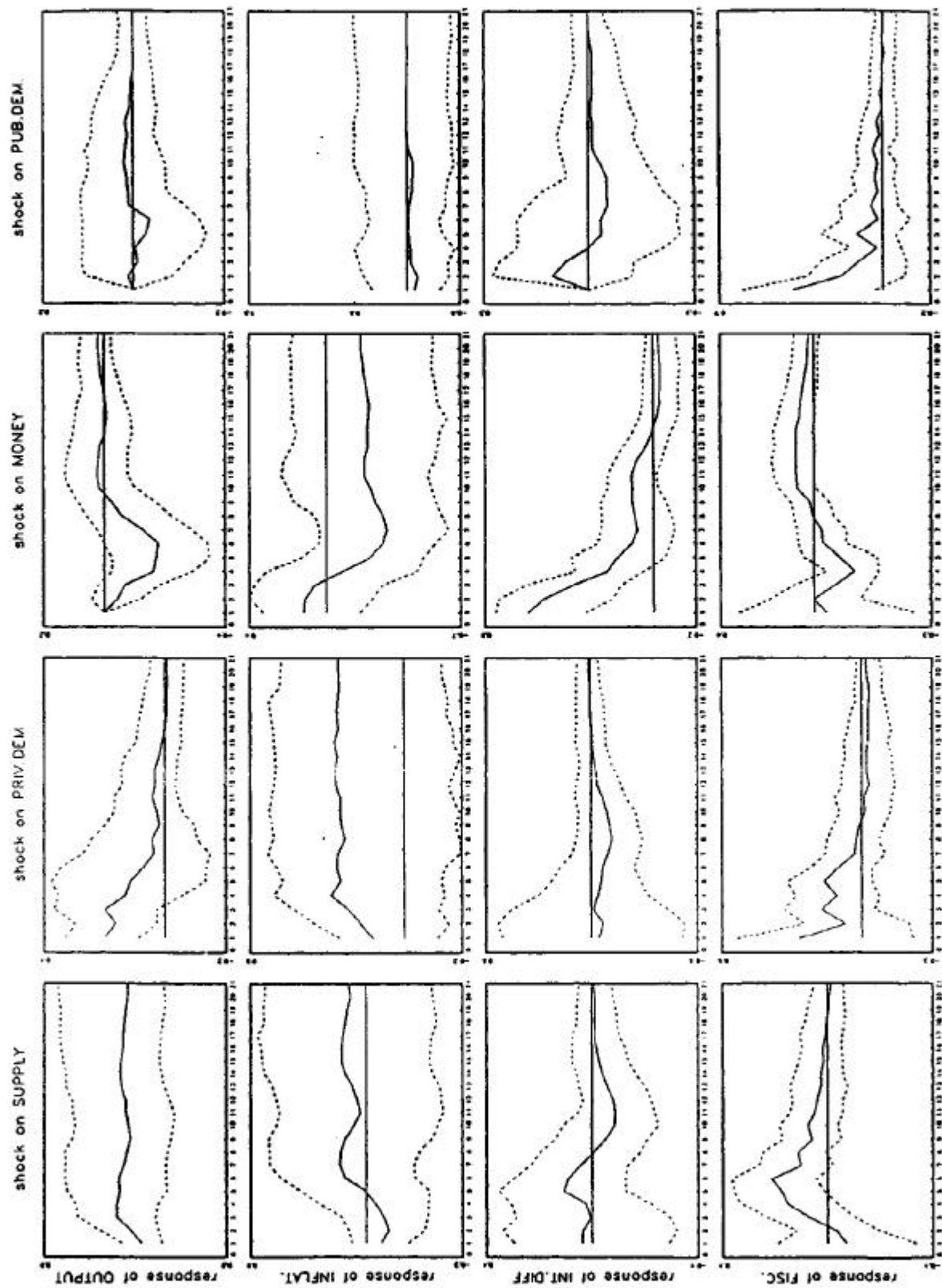




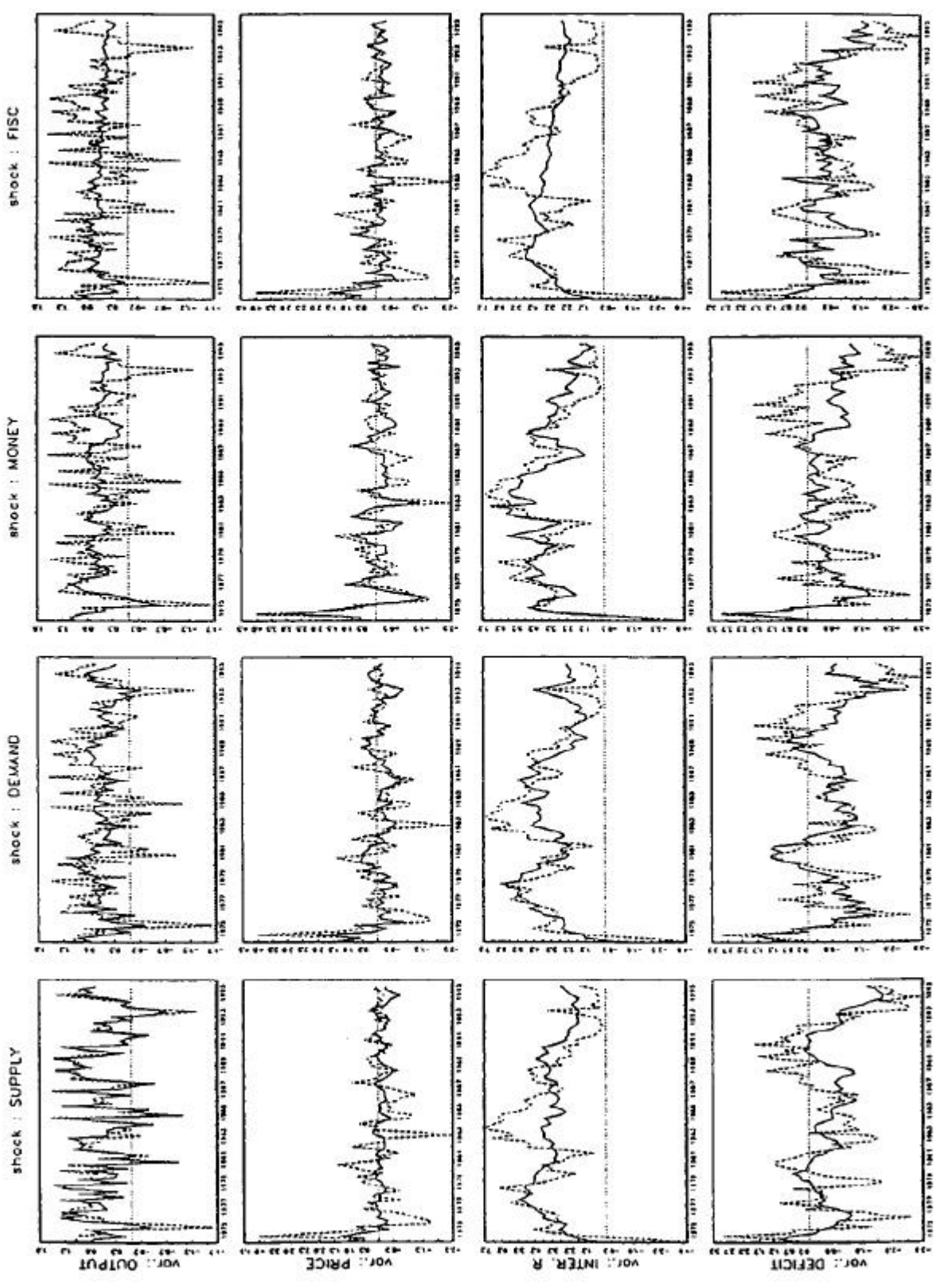
Graphique 2



Graphique 3



Graphique 4



Graphique 5

Notes d'Études et de Recherche

1. C. Huang and H. Pagès, "Optimal Consumption and Portfolio Policies with an Infinite Horizon: Existence and Convergence," May 1990.
2. C. Bordes, « Variabilité de la vitesse et volatilité de la croissance monétaire le cas français », février 1989.
3. C. Bordes, M. Driscoll and A. Sauviat, "Interpreting the Money-Output Correlation: Money-Real or Real-Real?," May 1989.
4. C. Bordes, D. Goyeau et A. Sauviat, « Taux d'intérêt, marge et rentabilité bancaires: le cas des pays de l'OCDE », mai 1989.
5. B. Bensaid, S. Federbusch et R. Gary-Bobo, « Sur quelques propriétés stratégiques de l'intéressement des salariés dans l'industrie », juin 1989.
6. O. De Bandt, « L'identification des chocs monétaires et financiers en France: une étude empirique », juin 1990.
7. M. Boutillier et S. Dérangère, « Le taux de crédit accordé aux entreprises françaises: coûts opératoires des banques et prime de risque de défaut », juin 1990.
8. M. Boutillier and B. Cabrillac, "Foreign Exchange Markets: Efficiency and Hierarchy," October 1990.
9. O. De Bandt et P. Jacquinet, « Les choix de financement des entreprises en France une modélisation économétrique », octobre 1990 (English version also available on request).
10. B. Bensaid and R. Gary-Bobo, "On Renegotiation of Profit-Sharing Contracts in Industry," July 1989 (English version of NER n° 5).
11. P. G. Garella and Y. Richelle, "Cartel Formation and the Selection of Firms," December 1990.
12. H. Pagès and H. He, "Consumption and Portfolio Decisions with Labor Income and Borrowing Constraints," August 1990.
13. P. Sicsic, « Le franc Poincaré a-t-il été délibérément sous-évalué? », octobre 1991.
14. B. Bensaid and R. Gary-Bobo, "On the Commitment Value of Contracts under Renegotiation Constraints," January 1990 revised November 1990.
15. B. Bensaid, J.-P. Lesne, H. Pagès and J. Scheinkman, "Derivative Asset Pricing with Transaction Costs," May 1991 revised November 1991.
16. C. Monticelli and M.-O. Strauss-Kahn, "European Integration and the Demand for Broad Money," December 1991.
17. J. Henry and M. Phelipot, "The High and Low-Risk Asset Demand of French Households: A Multivariate Analysis," November 1991 revised June 1992.
18. B. Bensaid and P. Garella, "Financing Takeovers under Asymmetric Information," September 1992.

19. A. de Palma and M. Uctum, "Financial Intermediation under Financial Integration and Deregulation," September 1992.
20. A. de Palma, L. Leruth and P. Régibeau, "Partial Compatibility with Network Externalities and Double Purchase," August 1992.
21. A. Frachot, D. Janci and V. Lacoste, "Factor Analysis of the Term Structure: a Probabilistic Approach," November 1992.
22. P. Sicsic et B. Villeneuve, «L'Afflux d'or en France de 1928 à 1934», janvier 1993.
23. M. Jeanblanc-Picqué and R. Avesani, "Impulse Control Method and Exchange Rate," September 1993.
24. A. Frachot and J.-P. Lesne, "Expectations Hypothesis and Stochastic Volatilities," July 1993 revised September 1993.
25. B. Bensaïd and A. de Palma, "Spatial Multiproduct Oligopoly," February 1993 revised October 1994.
26. A. de Palma and R. Gary-Bobo, "Credit Contraction in a Model of the Banking Industry," October 1994.
27. P. Jacquinet et F. Mihoubi, «Dynamique et hétérogénéité de l'emploi en déséquilibre», septembre 1995.
28. G. Salmat, « Le retournement conjoncturel de 1992 et 1993 en France une modélisation V.A.R. », octobre 1994.
29. J. Henry and J. Weidmann, "Asymmetry in the EMS Revisited: Evidence from the Causality Analysis of Daily Eurorates," February 1994 revised October 1994.
30. O. De Bandt, "Competition Among Financial Intermediaries and the Risk of Contagious Failures," September 1994 revised January 1995.
31. B. Bensaïd et A. de Palma, « Politique monétaire et concurrence bancaire », janvier 1994 révisé en septembre 1995.
32. F. Rosenwald, « Coût du crédit et montant des prêts: une interprétation en terme de canal large du crédit », septembre 1995.
33. G. Cette et S. Mahfouz, « Le partage primaire du revenu: constat descriptif sur longue période », décembre 1995.
34. H. Pagès, "Is there a Premium for Currencies Correlated with Volatility? Some Evidence from Risk Reversals," January 1996.
35. E. Jondeau and R. Ricart, "The Expectations Theory: Tests on French, German and American Euro-rates," June 1996.
36. B. Bensaïd et O. De Bandt, « Les stratégies "stop-loss": théorie et application au Contrat Notionnel du Matif », juin 1996.

37. C. Martin et F. Rosenwald, «Le marché des certificats de dépôts. Écarts de taux à l'émission : l'influence de la relation émetteurs-souscripteurs initiaux», avril 1996.
38. Banque de France - CEPREMAP - Direction de la Prévision - Erasme - INSEE - OFCE, « Structures et propriétés de cinq modèles macroéconomiques français », juin 1996.
39. F. Rosenwald, «L'influence des montants émis sur le taux des certificats de dépôts», octobre 1996.
40. L. Baumel, « Les crédits mis en place par les banques AFB de 1978 à 1992: une évaluation des montants et des durées initiales », novembre 1996.
41. G. Cette et E. Kremp, « Le passage à une assiette valeur ajoutée pour les cotisations sociales : Une caractérisation des entreprises non financières “gagnantes” et “perdantes” », novembre 1996.
42. S. Avouyi-Dovi, E. Jondeau et C. Lai Tong, «Effets “volume”, volatilité et transmissions internationales sur les marchés boursiers dans le G5», avril 1997.
43. E. Jondeau et R. Ricart, « Le contenu en information de la pente des taux Application au cas des titres publics français », juin 1997.
44. B. Bensaid et M. Boutillier, «Le contrat notionnel: Efficience et efficacité», juillet 1997.
45. E. Jondeau et R. Ricart, « La théorie des anticipations de la structure par terme: test à partir des titres publics français », septembre 1997.
46. E. Jondeau, « Représentation VAR et test de la théorie des anticipations de la structure par terme », septembre 1997.
47. E. Jondeau et M. Rockinger, « Estimation et interprétation des densités neutres au risque Une comparaison de méthodes », octobre 1997.
48. L. Baumel et P. Sevestre, « La relation entre le taux de crédits et le coût des ressources bancaires. Modélisation et estimation sur données individuelles de banques », octobre 1997.
49. P. Sevestre, “On the Use of Banks Balance Sheet Data in LoanMarket Studies : A Note,” October 1997.
50. P.-C. Hautcoeur et P. Sicsic, “Threat of a Capital Levy, Expected Devaluation and Interest Rates in France during the Interwar Period,” January 1998.
51. P. Jacquinot, «L'inflation sous-jacente à partir d'une approche structurelle des VAR: une application à la France, à l'Allemagne et au Royaume-Uni», janvier 1998.
52. C. Bruneau et O. De Bandt, « La modélisation VAR structurel: application à la politique monétaire en France », janvier 1998.

Pour tous commentaires ou demandes sur les Notes d'Études et de Recherche, contacter la bibliothèque du Centre de recherche à l'adresse suivante:

For any comment or enquiries on the Notes d'Études et de Recherche, contact the library of the Centre de recherche at the following address:

BANQUE DE FRANCE
41.1391 - Centre de recherche
75 049 Paris CEDEX
tél : 01 42 92 49 59