

---

**NOTES D'ÉTUDES**

---

**ET DE RECHERCHE**

---

**LA PRÉVISION DES TAUX LONGS FRANÇAIS ET  
ALLEMANDS À PARTIR D'UN MODÈLE À  
ANTICIPATIONS RATIONNELLES**

Eric Jondeau et Franck Sédillot

juin 1998

**NER # 55**



---

DIRECTION GÉNÉRALE DES ÉTUDES

DIRECTION GÉNÉRALE DES ÉTUDES  
DIRECTION DES ÉTUDES ÉCONOMIQUES ET DE LA RECHERCHE

**LA PRÉVISION DES TAUX LONGS FRANÇAIS ET  
ALLEMANDS À PARTIR D'UN MODÈLE À  
ANTICIPATIONS RATIONNELLES**

Eric Jondeau et Franck Sédillot

juin 1998

**NER # 55**

Les Notes d'Études et de Recherche reflètent les idées personnelles de leurs auteurs et n'expriment pas nécessairement la position de la Banque de France.

# La prévision des taux longs français et allemands à partir d'un modèle à anticipations rationnelles

Eric Jondeau      Franck Sédillot\*

Juin 1998  
(version révisée)

## Résumé

Nous développons dans ce papier un modèle de prévision des taux longs fondé sur les hypothèses d'absence d'opportunité d'arbitrage et de rationalité des agents. Le taux long est représenté comme une moyenne des taux courts anticipés. Ceux-ci sont modélisés à partir de trois formulations : deux modèles univariés (stationnaire ou non-stationnaire) et un modèle dans lequel la cible de long terme dépend des anticipations des marchés. Ces approches sont appliquées aux données françaises et allemandes, sur la période 1960-96. Nous trouvons que, pour un horizon assez court, le meilleur ajustement est obtenu à partir des anticipations des marchés.

## Abstract

We study in this paper a forecasting model for long-term rates based both on the arbitrage-free hypothesis and the agents' rationality. The long-term rate is expressed as an average of expected short-term rates, which are modeled according to three models: two univariate models (with stationary and non-stationary rates) and one model which specifies the long-term anchor for the short-term rate as a function of the agents' expectations. These approaches are used to study French and German long-term rates between 1960 and 1996. We find that the model based on agents' expectations gives the best forecasts, especially for short-term horizons.

Mots-clés : Théorie des anticipations de la structure par terme, fonction de réaction des autorités monétaires, taux à terme.

Classification JEL : E43.

---

\*Les auteurs sont de la Banque de France. Correspondance : Banque de France, 41-1391 DGE-DEER-Centre de recherche, 31 rue Croix des Petits Champs, 75049 Paris, France, E-mail : [ejondeau@banque-france.fr](mailto:ejondeau@banque-france.fr) ou [fsedillot@banque-france.fr](mailto:fsedillot@banque-france.fr).

Les auteurs remercient Pierre Sicsic et les participants à l'atelier de recherche de la Banque de France pour leurs commentaires avisés, et Jean-Paul Audebert de son aide précieuse lors de la construction des bases de données.

# 1 Introduction

Selon la théorie des anticipations de la structure par terme des taux d'intérêt, le taux long s'écrit comme une moyenne pondérée de taux courts futurs anticipés plus une prime de risque supposée indépendante du temps. De nombreuses applications financières reposent sur ce cadre théorique. Tout d'abord, il sert de référence à l'étude du contenu en information de la pente des taux. Ces travaux (dans la lignée de Fama, 1984, et Mishkin, 1988) ont cherché à extraire de la pente des taux des prévisions des taux futurs, en supposant que la prime de risque est constante au cours du temps, ce qui permet une identification (à une constante près) entre le taux à terme aujourd'hui et le taux futur correspondant (Fama et Bliss, 1987, Jorion et Mishkin, 1991). Ensuite, il a été adopté par plusieurs modèles de prévision macroéconomiques pour représenter la dynamique des taux longs. Ceux-ci sont définis comme la moyenne pondérée des taux courts futurs, ces derniers étant à leur tour modélisés à travers une fonction de réaction des autorités monétaires. Cette approche a été retenue en particulier pour le modèle FRB/US développé par le *Federal Reserve Board* (Kozicki *et alii*, 1995, Brayton et Tinsley, 1996), ou pour le modèle QPM de la Banque du Canada (Côté et Macklem, 1995).

Pourtant, les études empiriques menées pour valider cette théorie conduisent à des résultats contrastés. Elle est rejetée sur données américaines aussi bien pour les taux longs (Shiller *et alii*, 1983, Campbell et Shiller, 1987 et 1991, Campbell, 1995) que pour les titres courts (Mankiw et Miron, 1986, Evans et Lewis, 1994)<sup>1</sup>. De nombreux auteurs (Mankiw et Miron, 1986, McCallum, 1994, Rudebusch, 1995, Roberds *et alii*, 1996, Balduzzi *et alii*, 1998) ont interprété ce rejet par la crédibilité de l'action de la *Federal Reserve Bank*. En effet, si l'action des autorités monétaires est jugée crédible, les agents anticipent une stabilité des taux courts futurs aux niveaux actuels. La pente des taux ne contiendrait alors plus d'information pertinente sur les taux futurs. Elle ne serait donc pas en mesure d'améliorer la prévision des taux longs conduisant ainsi au rejet de la théorie des anticipations dans les tests standard.

C'est pourquoi la modélisation retenue pour les taux courts revêt un caractère crucial. Une première spécification consiste à adopter un modèle de prévision univarié. Mais l'ancrage du taux court sur un horizon de prévision long apparaît de piètre qualité. En effet, si la représentation est stationnaire, la prévision du taux court est constante pour un horizon infini; en revanche, si la représentation est non-stationnaire, la prévision du taux court évolue, à l'infini, comme la dernière observation. Dans ces deux cas, l'hypothèse retenue pour le niveau de long terme n'est pas satisfaisante. De fait, il apparaît nécessaire de proposer une modélisation de la cible de long terme pour le taux court.

L'estimation d'une fonction de réaction est une des voies de recherche qui a été suivie. Par exemple, Rudebusch (1995) propose différentes spécifications de la fonc-

---

<sup>1</sup>La validité de la théorie des anticipations fait l'objet d'un consensus plus large pour d'autres pays, notamment européens, que ce soit pour des titres longs (Jorion et Mishkin, 1991, Hardouvelis, 1994, Gerlach, 1996) ou pour des titres courts (Gerlach et Smets, 1997, pour une comparaison internationale; Hurn *et alii*, 1995, sur données britanniques; Jondeau et Ricart, 1996, sur données françaises).

tion de réaction de la Fed et montre, à partir de simulations, qu'elles permettent de réconcilier la théorie des anticipations avec les données. Fuhrer (1996) met en exergue le rôle central joué par les modifications du comportement de la Banque centrale. En effet, l'adoption d'une fonction de réaction standard pour prévoir les taux courts n'est pas suffisante pour rendre sa pertinence à la théorie des anticipations en raison des changements de comportement des autorités monétaires au cours du temps (principalement à la fin des années soixante-dix). En revanche, en autorisant le poids des différents objectifs de la Banque centrale (inflation et activité) à varier dans le temps, on obtient alors une forte proximité entre le taux long observé et celui compatible avec la théorie des anticipations.

Nous étudions dans ce papier une démarche, alternative à l'estimation d'une fonction de réaction, dans laquelle la dynamique du taux court dépend d'une cible de long terme, variable au cours du temps, et reflétant les anticipations des marchés. Cette approche repose sur le fait que les anticipations éloignées du taux court peuvent jouer un rôle important dans la détermination du taux long. L'idée est alors de disposer d'une anticipation fiable du taux court à long terme, fondée sur les taux à terme et donc indépendante de tout modèle économique ce qui permet de s'affranchir de tout *a priori* concernant le comportement des autorités monétaires. Ce type de développement a été mené par le Fed (Kozicki *et alii*, 1995, Kozicki et Tinsley, 1996). En revanche, il n'a pas encore fait l'objet de recherche sur données européennes.

Nous nous intéressons dans cette étude à la prévision des taux longs français et allemands, sur la période 1960-96, en fréquence trimestrielle. La section 2 développe le mode de détermination des taux longs, à travers la théorie des anticipations. Comme dans Kozicki *et alii* (1995), nous étudions différentes représentations de la dynamique des taux courts. Les approches univariées permettent en particulier d'analyser l'effet de l'hypothèse de stationnarité ou de non-stationnarité sur la prévision des taux longs (section 3). Le problème de la modélisation du taux court à partir d'un modèle VAR représentatif de la fonction de réaction de la Banque centrale est abordé dans la section 4. La section 5 considère ensuite la représentation du taux court à partir d'une cible de long terme variable, fondée sur le taux à terme à 3 mois dans 10 ans et correspondant à l'anticipation par les marchés du taux court à long terme. La section 6 compare les différentes approches à partir de leur capacité prédictive du taux long. La section 7 présente les principales conclusions du papier.

## 2 La théorie des anticipations

La théorie des anticipations de la structure par terme repose sur une hypothèse jointe : l'absence d'opportunité d'arbitrage et la rationalité des anticipations. Elle implique que le rendement en  $t$  d'un titre zéro-coupon de maturité  $n$ , noté  $R_{z,t}$ , est égal à la moyenne des rendements anticipés de placements aux dates  $t, t + 1, \dots, t + n - 1$  de titres à 3 mois, noté  $r_t$ , plus une prime de risque :

$$R_{z,t} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} E_t r_{t+i} + \varphi_z. \quad (1)$$

La prime de risque  $\varphi_z$  peut éventuellement dépendre de la maturité des titres, mais doit être constante au cours du temps. Le terme  $E_t x_{t+i}$  représente la projection linéaire de la variable  $x_{t+i}$  sur l'ensemble d'information disponible à la date  $t$ , notée  $\Omega_t$ , soit  $E_t x_{t+i} = E(x_{t+i} | \Omega_t)$ .

Dans le cas d'une obligation couponnée, le taux long s'écrit comme une moyenne pondérée des taux courts (Shiller, 1979) :

$$R_t = \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} \sum_{i=0}^{n-1} E_t \beta^i r_{t+i} + \varphi \quad (2)$$

où  $\beta = \frac{1}{1+\bar{R}}$  est le facteur d'actualisation, calculé à partir du taux long moyen sur l'échantillon  $\bar{R}$ . La prime de risque  $\varphi$  est également supposée constante dans le cadre de la théorie des anticipations.

On remarque que, dans l'équation (1), les taux courts anticipés pour un horizon éloigné (disons en  $t + n - 1$ ) ont un poids aussi important pour la détermination du taux long que le taux court courant. Lorsqu'il s'agit d'obligations couponnées (équation (2)), les poids affectés aux taux futurs décroissent exponentiellement avec l'horizon. Toutefois, ces poids diminuent d'autant plus lentement que le taux moyen  $\bar{R}$  est faible. Ainsi pour un taux moyen de 7,5% (moyenne des taux allemands), le poids attribué au taux d'intérêt de la date  $t+i$ ,  $r_{t+i}$ , est 0,074 pour  $i = 0$ , 0,017 pour  $i = 20$  et 0,004 pour  $i = 40$  en fréquence trimestrielle. Le choix d'un modèle de prévision pertinent et d'une spécification d'un niveau de long terme du taux court apparaissent donc déterminants.

Un grand nombre d'études ont testé la théorie des anticipations à partir des équations (1) ou (2) en remplaçant les taux courts anticipés par leur réalisation, supposant ainsi que les agents, rationnels, ne commettent qu'une erreur bruit blanc. Cette hypothèse est toutefois apparue beaucoup trop forte pour expliquer l'évolution des taux longs dans la plupart des pays (cf., par exemple, Hardouvelis, 1994). En effet, on trouve généralement que le taux long "théorique" (c'est-à-dire obtenu à partir de la relation (2) en remplaçant les anticipations de taux courts par leurs réalisations) est trop lissé par rapport au taux long observé. Cette "volatilité excessive" des taux longs par rapport aux prédictions de la théorie des anticipations a été mise en évidence depuis longtemps (Shiller, 1979, 1981).

Un affaiblissement de cette hypothèse de rationalité consiste à admettre une dynamique purement autorégressive du taux court. L'ensemble d'information est maintenant restreint au seul passé du taux court. La spécification du processus suivi par les taux d'intérêt revêt un caractère crucial tant d'un point de vue théorique que d'un point de vue empirique. En effet, les taux longs estimés présentent des évolutions totalement différentes selon que les taux courts sont supposés stationnaires ou non-stationnaires. Le défaut de cette approche est double : d'une part, elle n'utilise pas l'ensemble de l'information disponible et pertinente pour prévoir les taux courts, puisqu'il est vraisemblable que certaines variables, non prises en compte, doivent améliorer leur prévision ; d'autre part, elle ne permet pas un ancrage pertinent à long terme du taux court, alors que ce point apparaît déterminant dans l'optique d'une prévision du taux long.

### 3 L'approche univariée

Kozicki *et alii* (1995) et Kozicki et Tinsley (1996) ont étudié l'effet de plusieurs stratégies de modélisation du taux court sur la qualité des prévisions du taux long. La difficulté repose en particulier sur le choix concernant la stationnarité ou la non-stationnarité des taux d'intérêt. En effet, la prévision univariée du taux court nécessite le choix entre une écriture en niveau (représentation stationnaire) et en différence première (représentation non-stationnaire). En fait, la plupart des modèles théoriques (Vasicek, 1977, Cox *et alii*, 1985) supposent les taux d'intérêt stationnaires, alors que les tests empiriques concluent généralement en faveur de la non-stationnarité (Campbell et Shiller, 1987, Hall *et alii*, 1992, Shea, 1992). Nous présentons dans cette section ces deux représentations univariées et nous commentons leur pertinence sur données françaises et allemandes.

#### 3.1 La représentation stationnaire

La représentation univariée stationnaire du taux court s'écrit sous la forme

$$b(L)\Delta r_t = \mu_1 + \alpha r_{t-1} + e_t \quad (3)$$

avec  $\alpha < 0$  et  $b(L)$  un polynôme de retards de degré  $p - 1$ .

Tout d'abord, on remarque que le modèle VAR d'ordre  $p$  (relation (3)) peut s'écrire sous la forme d'un VAR de dimension  $p$  et d'ordre 1, représentant la dynamique de  $z_t = \begin{pmatrix} r_t & \cdots & r_{t-p+1} \end{pmatrix}'$ :

$$\begin{bmatrix} r_t \\ r_{t-1} \\ \vdots \\ r_{t-p+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \alpha + b_1 & b_2 - b_1 & \cdots & b_{p-1} - b_{p-2} & -b_{p-1} \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{t-1} \\ r_{t-2} \\ \vdots \\ r_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

L'équation (4) peut s'écrire de façon plus compacte sous la forme

$$z_t = Az_{t-1} + \mu + v_t \quad (5)$$

avec  $\mu = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}'$  et  $v_t = \begin{pmatrix} e_t & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}'$ . La matrice  $A$  est la matrice d'état du VAR. L'intérêt de cette réécriture repose sur la propriété suivante: si  $z_t$  suit un modèle autorégressif d'ordre 1, alors la prévision à la date  $t$  de  $z_{t+i}$  s'écrit simplement sous la forme

$$E[z_{t+i} | I_{t-1}] = A^{i+1}z_{t-1} + (I_{Np} - A^{i+1})(I_{Np} - A)^{-1}\mu. \quad (6)$$

où  $I_t$  est l'information (inclue dans  $\Omega_t$ ) de l'économètre et se limite au présent et au passé de  $r_t$ :  $I_t = \{r_t, \cdots, r_{t-p+1}\}$ . On définit  $h_r$  le vecteur de dimension  $(p, 1)$  qui permet de sélectionner le taux court contemporain dans le vecteur  $z_t$ , de telle sorte

que  $r_t = h'_r z_t$ . L'équation (6) permet d'obtenir la prévision du taux court futur  $r_{t+i}$ , à partir du VAR :

$$\begin{aligned} E[r_{t+i} | I_{t-1}] &= h'_r A^{i+1} z_{t-1} + h'_r (I_p - A^{i+1}) (I_p - A)^{-1} \mu \\ &= h'_r \rho + h'_r A^{i+1} [z_{t-1} - \rho] \end{aligned} \quad (7)$$

avec  $\rho = (I_p - A)^{-1} \mu$ . L'équation (7) montre que le taux court converge à l'infini vers :

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E[r_{t+i} | I_{t-1}] = h'_r \rho \equiv r^{(\infty)}.$$

On note que ce niveau de long terme,  $r^{(\infty)}$ , est constant dans le temps. La prévision optimale de  $R_t$ , notée  $R_{t/t-1}$ , s'écrit alors :

$$\begin{aligned} R_{t/t-1} &\equiv E[R_t | I_{t-1}] = \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} \sum_{i=0}^{n-1} \beta^i E[r_{t+i} | I_{t-1}] + \varphi \\ &= h'_r \rho + \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A [z_{t-1} - \rho] + \varphi \end{aligned}$$

soit la prévision en  $t$  du taux long, compatible avec la théorie des anticipations

$$R_{t/t-1} = h'_r \rho + \theta' [z_{t-1} - \rho] + \varphi \quad (8)$$

avec

$$\theta' = \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A.$$

Il est donc aisé, une fois estimé le modèle (4) permettant la prévision du taux court, de déduire de (8) le niveau du taux long en  $t$  compatible avec la théorie des anticipations. On remarque que la prévision à la date  $t$  du taux long en  $t + k$  s'écrit simplement, quel que soit  $k \geq 0$

$$R_{t+k/t-1} = h'_r \rho + \theta' A^k [z_{t-1} - \rho] + \varphi. \quad (9)$$

Ainsi, plus l'horizon de prévision est éloigné, plus la prévision se rapproche du niveau de long terme du taux court  $h'_r \rho = r^{(\infty)}$ , à la prime de risque près.

### 3.2 La représentation non-stationnaire

La représentation non-stationnaire du taux court s'écrit sous la forme

$$b(L) \Delta r_t = \mu_1 + e_t \quad (10)$$

avec  $b(L)$  un polynôme de retards de degré  $(p - 1)$ . L'équation (10) donne comme représentation VAR associée aux variations des variables :

$$\Delta z_t = A \Delta z_{t-1} + \mu + v_t$$



avec  $z_t = (r_t \ \cdots \ r_{t-p+2})'$ ,  $\mu = (\mu_1 \ 0 \ \cdots \ 0)'$ ,  $v_t = (e_t \ 0 \ \cdots \ 0)'$  et

$$A = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & 0 & b_{p-1} \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

En remarquant que

$$E[\Delta r_{t+j} | I_{t-1}] = h'_r A \Delta z_{t-1} + h'_r (I_p - A^{j+1}) (I_p - A)^{-1} \mu$$

la meilleure prévision en  $t-1$  du taux court en  $t+i$  s'écrit sous la forme :

$$E[r_{t+i} | I_{t-1}] = r_{t-1} + \sum_{j=0}^i E[\Delta r_{t+j} | I_{t-1}]$$

soit

$$\begin{aligned} E[r_{t+i} | I_{t-1}] &= h'_r z_{t-1} + h'_r (I_p - A^{i+1}) (I_p - A)^{-1} A (\Delta z_{t-1} - \rho) \\ &\quad + (i+1) h'_r \rho \end{aligned} \quad (11)$$

avec  $\rho = (I_p - A)^{-1} \mu$ . Nous poserons dans la suite  $\mu_1 = 0$  d'où  $\rho = 0$ . Cette hypothèse permet d'assurer que le taux prévu à l'infini ne tend pas vers  $-\infty$  (si  $\mu_1 < 0$ ) ou  $+\infty$  (si  $\mu_1 > 0$ )<sup>2</sup>. Le point terminal du taux court à l'infini s'écrit donc

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E[r_{t+i} | I_{t-1}] = h'_r z_{t-1} + h'_r (I_p - A)^{-1} A \Delta z_{t-1} \equiv r_{t-1}^{(\infty)}.$$

La prévision en  $t$  du taux long, compatible avec la théorie des anticipations, devient

$$R_{t/t-1} = h'_r z_{t-1}^{(\infty)} + \theta' [z_{t-1} - z_{t-1}^{(\infty)}] + \varphi \quad (12)$$

avec

$$z_{t-1}^{(\infty)} = z_{t-1} + (I_p - A)^{-1} A \Delta z_{t-1}$$

et

$$\theta' = \frac{1-\beta}{1-\beta^n} h'_r (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1}.$$

La prévision à un horizon  $k$  quelconque s'écrit

$$R_{t+k/t-1} = h'_r z_{t-1}^{(\infty)} + \theta' A^k [z_{t-1} - z_{t-1}^{(\infty)}] + \varphi. \quad (13)$$

Contrairement au cas stationnaire, le niveau de long terme du taux court et la prévision du taux long sont directement liés au dernier taux court observé.

<sup>2</sup>Les estimations menées montrent que  $\mu_1$  n'est jamais significativement différent de 0.

### 3.3 L'estimation des modèles et la prévision du taux long

Les taux d'intérêt proviennent de la base de données de l'OCDE, sur la période 1960-96 en fréquence trimestrielle. Le taux court est le taux du marché interbancaire à 3 mois. Le taux long est le taux moyen sur titres publics à long terme ; il s'agit en France du taux moyen sur les obligations du secteur public et semi-public, en Allemagne du taux moyen des obligations de 7 à 15 ans du secteur public. Les graphiques 1a et 1b présentent l'évolution des taux à 3 mois et à 10 ans en France et en Allemagne respectivement.

Le tableau 1 présente les estimations des représentations stationnaire (3) et non-stationnaire (10). Le nombre de retards est déterminé par minimisation du critère BIC. Ces deux approches conduisent à des estimations comparables de la dynamique du taux court. En effet, l'estimation du paramètre  $\alpha$  est en général proche de 0 (ou, de façon alternative, la racine du polynôme autorégressif est proche de 1)<sup>3</sup>. En revanche, les prévisions du taux court obtenues à partir de ces deux modèles diffèrent considérablement. Dans le premier cas, la prévision du taux court converge vers la valeur moyenne du taux d'intérêt  $-\mu_1/\alpha$ . Dans le second cas, la prévision du taux court évolue essentiellement comme le dernier taux court observé (en fait comme une moyenne mobile des dernières observations).

Les graphiques 2a et 2b montrent le taux long et sa prévision à un trimestre à partir du modèle stationnaire, pour la France et l'Allemagne. De la même manière, les graphiques 3a et 3b représentent le taux long et sa prévision à partir du modèle non-stationnaire. La prévision du taux long n'apparaît jamais satisfaisante : elle est trop stable dans le cas stationnaire, trop volatile dans le cas non-stationnaire. Le niveau de long terme (conditions terminales) sous-jacent à ces deux processus ne semble pas refléter les anticipations de marché. En effet, les révisions de ces anticipations d'une période sur l'autre sont trop faibles ou trop fluctuantes, à l'exception toutefois du modèle stationnaire pour l'Allemagne.

On note que, pour les deux pays, les interprétations graphiques diffèrent. Dans le cas de la France, le choix d'un processus stationnaire pour le taux court est clairement défaillant, conduisant à de fortes surestimations du taux long (au cours des dix premières années de l'échantillon) et à de fortes sous-estimations (entre 1974 et 1985), alors que l'adoption d'un processus non-stationnaire semble rendre mieux compte de l'évolution observée du taux long. A l'inverse, en Allemagne, le choix d'une représentation non-stationnaire du taux court conduit à des variations exagérées du taux long estimé au cours des périodes de resserrement monétaire (en 1973-74 et 1980-82 en particulier), alors qu'un processus stationnaire pour le taux court apparaît plus en phase avec l'observation du taux long. Ce constat est cohérent avec les résultats des tests indiqués dans la note 3.

L'absence d'ancrage pertinent pour le taux court anticipé à un horizon éloigné est le défaut majeur des deux formulations univariées présentées dans cette section. L'approche stationnaire se caractérise par un niveau de long terme constant, mani-

---

<sup>3</sup>Si l'on met en œuvre un test de Dickey et Fuller augmenté, à partir des relations (a) du tableau 1, on trouve des statistiques de Student pour  $\alpha$  de -2,5 pour la France et de -3,4 pour l'Allemagne, que l'on peut comparer à -2,9 au seuil de 5% et -2,6 au seuil de 10% (Fuller, 1976). On ne rejette donc pas la non-stationnarité en France, mais on la rejette en Allemagne.

festement inadapté dans le cas de la France ; l'approche non-stationnaire conduit, à l'inverse, à des niveaux de long terme trop erratiques. Il apparaît alors nécessaire d'ancrer l'évolution à long terme du taux court.

## 4 L'approche par les fonctions de réaction

Une première formulation permettant un tel ancrage consiste à estimer une fonction de réaction des autorités monétaires, à partir de ses déterminants macroéconomiques, comme l'inflation ou l'activité. Leur prise en compte impose toutefois une modélisation de ces variables explicatives. Dans ce cas, le VAR est l'approche la mieux adaptée, puisqu'elle permet de représenter la dynamique jointe de l'ensemble des variables.

Ce type d'approche trouve son origine dans les travaux de Mankiw et Miron (1986). Observant que la plupart des travaux rejettent la théorie portent sur les années 1960-70, ceux-ci étendent en effet leur étude à la période 1890-1979, pour les taux à 3 mois et 6 mois américains. Ils obtiennent alors que, sur la période 1890-1914, précédant la création de la Fed, la théorie des anticipations apparaît pertinente pour expliquer l'évolution du taux long. Ils interprètent ce résultat, selon lequel la validité empirique de la théorie dépend du régime de politique monétaire, par le fait que l'action de la Fed rend les taux courts imprévisibles : la pente des taux n'aurait alors plus de pouvoir explicatif, non pas du fait de l'échec de la théorie des anticipations, mais parce que la pente ne permet pas d'anticiper les taux courts futurs.

Par la suite, plusieurs études se sont intéressées à la partie courte de la courbe des taux américaine et, plus précisément au rôle de la politique monétaire dans le rejet des tests standard. McCallum (1994), Rudebusch (1995), Fuhrer (1996), Roberds *et alii* (1996), Balduzzi *et alii* (1998) ont étudié, tant sur le plan théorique que sur le plan empirique, l'hypothèse selon laquelle le rejet de la théorie des anticipations n'est qu'apparent et résulte en fait du succès de la politique monétaire de la Fed dans la conduite de sa politique monétaire. En effet, si les investisseurs anticipent, rationnellement, que la Fed va maintenir le niveau actuel de sa cible pour le taux des *fed funds*, alors la pente des taux actuelle (qui reflète l'évolution anticipée des taux courts) ne contiendra aucune information sur l'évolution future effective des taux courts. Les différentes études citées ont donc proposé des représentations de la politique monétaire (à travers des fonctions de réaction de la Fed). L'utilisation de ces modèles de taux court pour prévoir son évolution anticipée par les marchés permet alors, dans la plupart des cas, de rendre une certaine pertinence à la pente des taux pour rendre compte de l'évolution future des taux d'intérêt.

Rudebusch (1995) propose différentes spécifications de la fonction de réaction de la Fed et montre, à partir de simulations, qu'elles permettent de réconcilier la théorie des anticipations avec les données. A partir de l'estimation d'une fonction de réaction avec coefficients variables sur la période 1966-94, Fuhrer (1996) obtient une évolution du taux long théorique (c'est-à-dire compatible avec la théorie des anticipations, mais fondé sur des anticipations du taux court issues de la fonction de réaction) beaucoup plus conforme à l'évolution observée du taux long.

Nous pouvons distinguer *a priori* trois types de représentations multivariées : stationnaire, non-stationnaire non cointégrée et non-stationnaire cointégrée. Les deux

premières formulations ne permettent pas d'obtenir un ancrage satisfaisant à long terme du taux court en fonction de ses déterminants macroéconomiques. De fait, les estimations menées sur ces deux représentations conduisent à des résultats très proches des approches univariées stationnaires et non-stationnaires<sup>4</sup>. En revanche, l'approche non-stationnaire cointégrée permet de définir un niveau de long terme pour le taux court. Une démarche naturelle pour mesurer ce niveau de long terme consiste à utiliser la règle de Taylor, qui établit une relation entre le taux court, le taux d'inflation et l'*output gap* (Taylor, 1993).

Toutefois, cette modélisation s'avère assez délicate : tout d'abord, plusieurs définitions peuvent être retenues pour les déterminants macroéconomiques : ainsi l'*output gap* peut être évalué à partir de différentes méthodes (comme le filtre de Hodrick et Prescott ou une tendance déterministe avec, éventuellement, des ruptures de tendances) ; d'autres déterminants (comme les taux courts allemands pour la fonction de réaction française) peuvent être introduits ; la cible d'inflation peut être tournée vers le passé ou vers le futur (Clarida *et alii*, 1997) ; le poids des déterminants peut varier au cours du temps, pour rendre compte des changements de régimes (Hamilton, 1989) ou des ruptures structurelles (Perron, 1989), conduisant à une estimation avec coefficients variables (Jacq *et alii*, 1993, ou Fuhrer, 1996).

Ensuite, l'estimation de la fonction de réaction a pour objectif principal d'ancrer l'évolution à long terme du taux court. Or en l'absence d'effet de la force de rappel sur la dynamique de l'inflation ou de l'*output gap*, le taux court à l'infini évolue essentiellement comme les dernières valeurs observées de l'inflation et de l'*output gap*, ce qui est peu satisfaisant. De fait, une bonne représentation de la cible de long terme nécessite, logiquement, une modélisation de l'inflation et de l'*output gap* de long terme. Le cas de l'*output gap* est aisé à résoudre puisqu'à long terme il est par construction d'espérance nulle. En revanche, l'inflation de long terme doit pouvoir *a priori* varier au cours du temps. Kozicki et Tinsley (1996) et Bomfim et Brayton (1998) suggèrent différentes méthodes pour évaluer l'inflation de long terme<sup>5</sup>. De même, il est possible d'inverser une fonction de réaction dans laquelle le taux court dépend d'une cible de long terme pour l'inflation (Clarida *et alii*, 1997).

Ainsi, l'approche par la fonction de réaction nécessite, pour être pleinement opérationnelle, une étude précise et complète du comportement des autorités monétaires et de son évolution au cours du temps.

## 5 L'approche par les anticipations des marchés

L'utilisation de l'anticipation à long terme du taux court par les marchés permet de contourner, dans une large mesure, les difficultés posées par la démarche précé-

---

<sup>4</sup>Nous avons estimé différentes formulations de l'approche par les fonctions de réaction. Nous ne présentons toutefois pas ces résultats ici, car ils ne constituent pas l'élément central de notre étude.

<sup>5</sup>Dans le modèle FRB/US, les anticipations d'inflation à long terme sont obtenues à partir de l'enquête menée par l'Université du Michigan auprès des ménages. Kozicki *et alii* (1995), Kozicki et Tinsley (1996) et Bomfim et Brayton (1998) montrent que les résultats de cette enquête peuvent être assez fidèlement reproduits à partir de la relation de Fisher ou à partir d'un processus d'apprentissage.

dente. Cette formulation présente deux avantages du point de vue de la modélisation. D'une part, elle résout la question de la stationnarité des rendements : le degré de non-stationnarité du taux court dépend seulement du degré de stationnarité de son anticipation de long terme, sans qu'il soit nécessaire de préciser ce degré. D'autre part, elle évite le délicat problème du choix des déterminants macroéconomiques et de la formulation de la fonction de réaction : cette information est, en effet, supposée résumée intégralement dans la variable représentative des anticipations des marchés.

Cette démarche s'insère dans la littérature portant sur la recherche des facteurs synthétisant l'information nécessaire à la prévision du taux long. Dans un premier temps, un seul facteur, le taux court, a été pris en compte (Vasicek, 1977, et Cox *et alii*, 1985). L'insuffisance manifeste d'un facteur unique a rapidement conduit à des extensions à deux facteurs. Plusieurs définitions du second facteur ont ainsi été retenues : le taux long (Brennan et Schwartz, 1982), la pente des taux (Schaefer et Schwartz, 1984) ou encore la volatilité conditionnelle du taux court (Longstaff et Schwartz, 1992).

Campbell et Shiller (1987, 1988) ont également étudié la dynamique jointe du taux court et du taux long. En particulier, ils considèrent les conséquences sur cette relation de l'hypothèse de non-stationnarité du taux court. Ils montrent que, dans ce cas, le taux long est également non-stationnaire, mais que la pente, définie par  $S_t = R_t - r_t$ , est stationnaire. Ils étudient alors deux facteurs, le taux court (qui établit le niveau) et la pente des taux. Lorsqu'ils prévoient le taux long à partir d'un VAR contenant la variation du taux court et la pente des taux, ils rejettent toujours, statistiquement, la théorie des anticipations. En revanche, l'existence d'une forte proximité entre les taux longs observé et estimé les amène à valider la théorie sur le plan économique. Balduzzi *et alii* (1997) ont récemment proposé une formulation assez proche, fondée sur l'analyse de la tendance centrale du taux, ou de long terme. Celle-ci dépend directement de la dynamique des taux longs.

Enfin, Kozicki et Tinsley (1996) ont opté pour une modélisation dans laquelle le second facteur est le taux court anticipé pour un horizon infini. Cette cible de long terme est évaluée à partir d'un taux à terme pour un horizon éloigné. Elle reflète, si la théorie des anticipations est vérifiée, les anticipations de long terme des marchés concernant l'évolution des taux courts, à une prime constante dans le temps près. L'intérêt de cette représentation est d'isoler explicitement la composante "anticipation de long terme", dont nous avons indiqué qu'elle est déterminante dans une optique de prévision du taux long.

## 5.1 L'anticipation à long terme du taux court

Dans la suite de Kozicki *et alii* (1995) (cf. également Kozicki et Tinsley, 1996), on suppose que l'on dispose, à la date  $t - 1$ , d'une anticipation du taux court devant prévaloir à l'infini, notée  $\hat{r}_{t-1}^{(\infty)} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} E(r_{t+\tau} | I_{t-1})$ . La dynamique du taux court est alors donnée par

$$b(L)\Delta r_t = \mu_1 + \alpha (r_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^{(\infty)}) + e_t \quad (14)$$

avec

$$E \left( \hat{r}_t^{(\infty)} | I_{t-1} \right) = \hat{r}_{t-1}^{(\infty)}. \quad (15)$$

L'équation (15) indique que, d'une période à l'autre, l'anticipation du point terminal ne varie pas. L'équation (14) a une structure très proche d'un modèle à correction d'erreur : le taux court ne peut s'éloigner durablement de son niveau de long terme. La variable  $(r_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^{(\infty)})$  joue le rôle de force de rappel vers ce niveau de long terme. Pour une date  $t$  donnée, la prévision du taux court convergera donc vers le niveau d'équilibre connu à cette date  $(\hat{r}_{t-1}^{(\infty)})$ .

L'équation (14) donne comme représentation VAR associée :  $E_{t-1} \Delta z_t = A \Delta z_{t-1} + \mu_t$ , avec  $z_t = \begin{pmatrix} r_t & \cdots & r_{t-p+1} \end{pmatrix}'$ ,  $E(\mu_t | I_{t-1}) = \begin{pmatrix} \mu_1 - \alpha \hat{r}_{t-1}^{(\infty)} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}' = \mu_t^{(t-1)}$  et  $A$  défini comme dans l'équation (4).

L'équation de prévision du taux court s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{aligned} E [r_{t+i} | I_{t-1}] &= h_r' (I_p - A)^{-1} \mu_t^{(t-1)} + h_r' A^{i+1} \left( z_{t-1} - (I_p - A)^{-1} \mu_t^{(t-1)} \right) \\ &= h_r' \hat{z}_{t-1}^{(\infty)} + h_r' A^{i+1} \left( z_{t-1} - \hat{z}_{t-1}^{(\infty)} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

d'où, comme point terminal du taux court à l'infini

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E [r_{t+i} | I_{t-1}] = h_r' \hat{z}_{t-1}^{(\infty)} \equiv \hat{r}_{t-1}^{(\infty)}.$$

La prévision en  $t$  du taux long, compatible avec la théorie des anticipations, devient donc

$$R_{t/t-1} = h_r' \hat{z}_{t-1}^{(\infty)} + \theta' [z_{t-1} - \hat{z}_{t-1}^{(\infty)}] + \varphi$$

où

$$\theta' = \frac{1 - \beta}{1 - \beta^n} h_r' (I_p - (\beta A)^n) (I_p - \beta A)^{-1} A.$$

Sous cette forme, cette approche laisse ouverte la question du choix de  $\hat{r}_{t-1}^{(\infty)}$ . En effet, l'équation (15) n'indique pas comment est déterminé le taux à l'infini. La solution adoptée par Kozicki *et alii* (1995) consiste à mesurer les anticipations des agents concernant le taux court futur à l'infini à partir du taux à terme à une période pour une date suffisamment éloignée  $n'$  ( $n' \geq n$ ).

Cette formulation (14)-(15) associée à l'équation de la théorie des anticipations (2) peut être interprétée comme un modèle à deux facteurs de la structure par terme : le premier facteur est le taux court, le second est l'écart entre le taux court et le niveau terminal  $\hat{r}_{t-1}^{(\infty)}$ . Cette représentation constitue donc une extension des deux approches univariées comparable à des modèles à un facteur (le taux court).

## 5.2 L'estimation du taux à terme

La modélisation du taux court peut être fondée sur le taux à terme à 3 mois à un horizon infini. Pour évaluer ces taux à terme, nous avons utilisé dans cette étude les courbes de taux interpolées par la Banque de France, sur la période 1980-96 pour la France (Jondeau et Ricart, 1997) et sur la période 1972-96 pour l'Allemagne. Cette

interpolation des courbes de taux sur titres publics est fondée sur la démarche de Nelson et Siegel (1987).

Pour l'évaluation des taux à terme, les données concernant les titres publics français ont été collectées à partir de la Cote Officielle, pour le dernier jour ouvré du mois. Les cotations officielles des obligations publiques allemandes proviennent d'une base de données fournie par la Bundesbank, contenant l'ensemble des cotations quotidiennes des titres publics allemands entre 1972 et 1996. A partir de l'interpolation, pour chaque mois, de la courbe des taux zéro-coupon à partir de la méthode de Nelson et Siegel (1987), nous avons extrait un ensemble de taux de maturités fixes. L'annexe 1 précise la méthode adoptée et les données utilisées pour l'interpolation des courbes de taux en France et en Allemagne.

A partir de la courbe des taux zéro-coupon, il est possible d'évaluer la courbe des taux à terme. Ainsi, à la date  $t$ , le taux à terme de maturité  $m$  pour la date  $t + n$  s'écrit sous la forme :

$$f_t^{(n)} = \left( (n+1) R_{z,t}^{(n+1)} - n R_{z,t}^{(n)} \right). \quad (17)$$

Pour en déduire une estimation non biaisée du taux court à l'infini, il est alors nécessaire de soustraire les primes de risque, pour  $n$  suffisamment grand

$$\hat{r}_t^{(\infty)} = f_t^{(n)} - \left( (n+1) \varphi_z^{(n+1)} - n \varphi_z^{(n)} \right)$$

ce que l'on obtient en pratique en corrigeant des moyennes du taux court et du taux à terme.

Le taux court anticipé pour l'infini est ici évalué à partir du taux à terme à 3 mois dans 10 ans. Si  $f_t^{(40)}$  représente le taux à terme à 3 mois dans 10 ans, le taux court anticipé pour l'infini s'écrit alors simplement

$$r_t^{(\infty)} = f_t^{(40)} + \bar{r} - \bar{f} \quad (18)$$

où  $\bar{r}$  et  $\bar{f}$  représentent respectivement le taux court moyen et le taux à terme moyen sur l'ensemble de la période.

Sur la période 1960-79 pour la France et 1960-71 pour l'Allemagne, nous ne disposons pas de courbes de taux zéro-coupon et donc d'estimation du taux court pour l'infini. Nous avons alors utilisé le résultat suivant : pour un horizon suffisamment éloigné, taux à terme et taux zéro-coupon coïncident. Ce résultat s'observe à partir de la relation (17), avec  $n$  grand. Pour une maturité éloignée, on a  $R_{z,t}^{(n+1)} \approx R_{z,t}^{(n)}$  d'où  $f_t^{(n)} \approx R_{z,t}^{(n)}$ . Nous avons alors, pour ces deux périodes initiales, estimé le taux à terme à 3 mois dans 10 ans à partir du dernier taux à 10 ans observé ( $f_t^{(40)} = R_t^{(40)}$ , en corrigeant, comme précédemment, des différences de moyenne).

Les graphiques 4a et 4b présentent l'évolution du taux à 3 mois et de son niveau de long terme ( $r_t^{(\infty)}$ , noté TAUX\_INFINI dans le graphique). Ces graphiques mettent clairement en évidence un résultat important pour la suite de l'analyse : le niveau de long terme du taux court connaît une évolution très proche du taux à 10 ans, même lorsque celui-ci n'a pas été utilisé directement comme approximation du taux à terme.

### 5.3 Les estimations et la prévision du taux long

L'estimation du modèle fondé sur les anticipations des marchés (tableau 1, partie 3) met en évidence l'importance de cette variable pour rendre compte de la dynamique du taux court. La force de rappel vers ce niveau de long terme est en effet de  $\alpha = -0,23$  en France et  $-0,14$  en Allemagne, avec des statistiques de Student de 3,8 dans les deux cas. L'écart-type résiduel est le plus faible de ceux obtenus par les différentes approches.

Les graphiques 5a et 5b présentent l'évolution de la prévision du taux long à partir de l'approche par les anticipations des marchés. On remarque, dans le cas de la France, une proximité beaucoup plus forte entre les taux observé et prévu à partir de cette représentation qu'à partir des deux modèles univariés. Dans le cas de l'Allemagne, la qualité des ajustements apparaît relativement proche de celle obtenue avec le modèle stationnaire.

On note que la prévision à une période du taux long français paraît retardée d'une période par rapport à la réalisation (graphique 5a). Le taux à terme n'apporterait donc pas d'information réellement utile pour prévoir le taux long. Ce résultat, que l'on ne retrouve pas dans le cas de l'Allemagne, a au moins deux explications. D'une part, la force de rappel est beaucoup plus forte en France qu'en Allemagne, conduisant à un ajustement nettement plus rapide du taux court français vers son niveau de long terme. D'autre part, le taux à terme à 3 mois dans 10 ans est généralement plus proche du taux long en France qu'en Allemagne. Ces deux arguments conduisent à ce décalage du taux long prévu français par rapport au taux long observé. Toutefois, il est important de bien distinguer ce résultat de celui que l'on obtiendrait, spontanément, à partir d'une simple marche aléatoire sur le taux long. En effet, nos prévisions sont cohérentes avec la théorie des anticipations (ce qui n'est pas le cas de la marche aléatoire sur le taux long). De plus, en particulier sur la fin de la période, l'information contenue dans les taux à terme ne peut se résumer au simple passé des taux longs, puisqu'on observe une nette déconnexion entre le taux long et son estimation.

## 6 L'analyse des RMSE et des statistiques de Theil

Nous nous intéressons à la capacité de chacun des modèles de taux court à prévoir, en échantillon, l'évolution du taux long dans le cadre imposé par la théorie des anticipations. Pour cela, nous estimons deux types d'indicateurs : la RMSE, qui mesure l'écart-type de l'erreur de prévision à un horizon donné ; et la statistique de Theil, qui rapporte cette RMSE à la RMSE d'un modèle de référence.

Ces statistiques sont évaluées en échantillon : les différents modèles sont estimés sur l'ensemble de la période 1960-96 ; pour chaque date de cet échantillon, un exercice de prévision à 1 trimestre, 2 trimestres, ..., 12 trimestres est réalisé, soit pour un modèle  $i$  donné, la formulation générale :

$$R_{i,t+k/t-1} = h'_r z_{i,t-1}^{(\infty)} + \theta'_i A_i^k [z_{i,t-1} - z_{i,t-1}^{(\infty)}] + \varphi_i \quad k = 1, \dots, 12. \quad (19)$$

Pour chaque date, on observe donc des erreurs de prévision à  $k = 1, 2, \dots, 12$  tri-



mestres, soit

$$\varepsilon_{i,t+k/t-1} = R_{t+k} - R_{i,t+k/t-1}. \quad (20)$$

Il est alors possible d'évaluer les RMSE, c'est-à-dire les écarts-types de ces erreurs de prévision

$$RMSE_i(k) = \sqrt{\frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{i,t+k/t-1}^2}. \quad (21)$$

Si l'on définit  $RMSE^*(k)$  la RMSE à l'horizon  $k$  associée au modèle de référence, on a alors la statistique de Theil pour le modèle  $i$  :

$$Theil_i(k) = \frac{RMSE_i(k)}{RMSE^*(k)}. \quad (22)$$

Nous avons retenu le modèle univarié non-stationnaire comme modèle de référence. En effet, ce modèle est presque toujours le moins performant en terme de RMSE, ce qui permet d'interpréter la statistique de Theil comme le pourcentage d'amélioration par rapport à ce modèle. De plus, la représentation non-stationnaire apparaît d'un point de vue théorique comme une représentation naturelle dans le cadre des *present-value models*, dans la lignée de Campbell et Shiller (1987, 1988). On note que, comme les statistiques de Theil sont utilisées essentiellement à des fins de comparaison des modèles, cette normalisation apparaît avant tout comme une commodité de lecture.

Le tableau 2 présente les RMSE et les statistiques de Theil, en échantillon, pour les deux représentations univariées étudiées (modèles stationnaire et non-stationnaire) et pour le modèle fondé sur les anticipations des marchés, associés à différents horizons, allant de 1 à 12 trimestres. Nous nous intéressons plus particulièrement, dans les commentaires, à des horizons courts (1 trimestre), intermédiaires (4 trimestres) et longs (12 trimestres)<sup>6</sup>.

Dans le cas de la France, on observe pour les horizons courts et intermédiaires une grande similitude entre les modèles stationnaires et non-stationnaires : les RMSE sont de 1,5 point pour le modèle non-stationnaire et de 1,7 point pour le modèle stationnaire à un horizon d'un trimestre, et de 2,1 points pour ces deux modèles à un horizon d'un an. Au-delà, la représentation stationnaire devient plus performante (avec une RMSE de 2,6 contre 3,1 à un horizon de trois ans). La capacité prédictive de l'approche fondée sur les anticipations des marchés apparaît ici nettement plus convaincante. Le gain est particulièrement net pour les horizons courts, puisque la RMSE est plus de deux fois plus faible ; elle n'est que de 0,6 à un trimestre, contre 1,5 pour le modèle non-stationnaire. Cette supériorité demeure, quoique de moins en moins nettement, jusqu'à un horizon de trois ans. A trois ans, la RMSE du modèle fondé sur les anticipations est de 2,3 contre 2,6 pour le modèle stationnaire.

---

<sup>6</sup>La comparaison des différents modèles peut être fondée également sur l'analyse des RMSE et des statistiques de Theil *hors* échantillon. Nous avons mené cet exercice pour les modèles univariés, pour la France et l'Allemagne. La période d'estimation des RMSE et des statistiques de Theil va de 1975 à 1996, la période 1960-74 étant utilisée pour l'estimation initiale. L'annexe 2 présente les résultats de cet exercice. On note qu'il conduit à des résultats très proches de ceux obtenus pour les statistiques en échantillon et que, en particulier, il ne modifie pas la hiérarchie des différents modèles. Nous avons donc choisi d'analyser les statistiques de comparaison des modèles en échantillon.

En ce qui concerne l'Allemagne, on remarque que le modèle non-stationnaire est très nettement dominé par le modèle stationnaire à tous les horizons : les RMSE à un trimestre sont respectivement de 2 pour le modèle non-stationnaire et de 0,8 pour le modèle stationnaire. A un horizon de trois ans, les RMSE sont respectivement de 3,1 et de 1,2. Ainsi, quel que soit l'horizon, la statistique de Theil ne dépasse jamais 0,5. Le modèle avec anticipations des marchés domine les deux autres modèles pour les horizons les plus courts. A un trimestre, la RMSE est de 0,69 contre 0,81 pour le modèle stationnaire. Pour des horizons intermédiaires et longs en revanche, cette approche est dominée par le modèle stationnaire (la statistique de Theil s'établit à 0,48 contre 0,45 à un an, et à 0,53 contre 0,40 à trois ans).

On note que le modèle non-stationnaire donne des RMSE d'un niveau similaire en France et en Allemagne. En revanche, la représentation stationnaire est nettement supérieure pour expliquer la dynamique des taux allemands : pour des horizons longs, le meilleur modèle pour l'Allemagne présente une RMSE deux fois plus faible que le meilleur modèle pour la France. Le modèle avec anticipations des marchés enfin est beaucoup plus équilibré que le modèle stationnaire : les RMSE sont généralement plus faibles pour l'Allemagne (sauf pour un horizon d'un trimestre), mais de façon peu importante.

Finalement, le modèle fondé sur les anticipations des marchés est la représentation la plus adaptée pour la France à tous les horizons et pour l'Allemagne pour des horizons courts ; le modèle stationnaire domine en revanche les autres représentations pour les horizons longs allemands. On note que ce résultat confirme l'interprétation obtenue à partir du graphique 2b sur la très nette supériorité du modèle stationnaire par rapport au modèle non-stationnaire en Allemagne.

## 7 Conclusion

Nous avons étudié dans ce papier la pertinence de différentes spécifications des taux courts pour prévoir les taux longs dans le cadre de la théorie des anticipations. Nous avons d'abord considéré des modélisations autorégressives du taux court (supposant alternativement la stationnarité et la non-stationnarité des taux courts). Clairement, la faible capacité prédictive de ces différents modèles paraît due, au moins dans le cas français, à l'absence d'ancrage à long terme du taux court. La modélisation de la cible de long terme du taux court à partir d'une règle de Taylor devrait permettre d'améliorer sensiblement la qualité des prévisions. Mais, la fonction de réaction des autorités monétaires requiert une modélisation sophistiquée, permettant en particulier de prendre en compte les ruptures de comportement de la Banque centrale (à partir par exemple d'une estimation avec coefficients variables), pour conduire à résultats pleinement satisfaisants.

L'utilisation des anticipations des marchés permet de valider un modèle de prévision du taux long compatible avec la théorie des anticipations. L'avantage de ce type de modélisation est triple. Premièrement, les anticipations à long terme des marchés sont parfaitement identifiées (ce qui n'est pas le cas dans les modèles à facteur(s) traditionnels) et elles s'ajustent, implicitement, aux évolutions de la politique monétaire

au cours du temps. Ensuite, leur mise en œuvre est relativement simple, puisqu'il suffit d'interpoler une courbe des taux zéro-coupon. Enfin, les résultats empiriques pour la France et l'Allemagne sont encourageants. A l'horizon le plus court, la meilleure approche est le modèle avec anticipations des marchés dans chacun des deux pays. Ceci paraît indiquer que le taux court à l'infini contient à lui seul l'essentiel de l'information nécessaire pour la prévision du taux court et du taux long. En ce qui concerne les taux longs allemands, il est possible d'obtenir des prévisions "raisonnables" à partir d'un simple modèle autorégressif stationnaire pour le taux court. Il est toutefois important de noter que la conclusion en faveur de la stationnarité du taux court allemand provient en particulier de l'échantillon utilisé pour les estimations.

Finalement, nous trouvons qu'une bonne représentation des anticipations des agents concernant l'évolution future des taux courts permet de rendre à la théorie des anticipations une large part de sa pertinence empirique.

## Références

- [1] BALDUZZI, P., G. BERTOLA, S. FORESI et L. KLAPPER (1998), "Interest Rate Targeting and the Dynamics of Short-Term Rates", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 30(1), 26-50.
- [2] BALDUZZI, P., S.R. DAS et S. FORESI (1997), "The Central Tendency: A Second Factor in Bond Yields", NBER Working Paper n° 6325.
- [3] BOMFIM, A., et F. BRAYTON (1998), "Long-Run Inflation Expectations and Monetary Policy", mimeo Federal Reserve Board, présenté à la Conférence *Central Bank Model Builders and Econometricians*, organisée par la BRI.
- [4] BRAYTON, F., et P. TINSLEY (1996), "A Guide to FRB/US: A Macroeconomic Model of the United States", Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series, 1996-42.
- [5] BRENNAN, M., et E. SCHWARTZ (1982), "An Equilibrium Model of Bond Pricing and a Test of Market Efficiency", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 17(3), 301-329
- [6] CAMPBELL, J.Y. (1995), "Some Lessons from the Yield Curve", *Journal of Economic Perspectives*, 9(3), 129-152.
- [7] CAMPBELL, J.Y., et R.J. SHILLER (1987), "Cointegration and Tests of Present Value Models", *Journal of Political Economy*, 95(5), 1062-1088.
- [8] CAMPBELL, J.Y., et R.J. SHILLER (1988), "Interpreting Cointegrated Models", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2/3), 505-522.
- [9] CAMPBELL, J.Y., et R.J. SHILLER (1991), "Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Birds' Eye View", *Review of Economic Studies*, 58(3), 495-514.

- [10] CLARIDA, R., J. GALI et M. GERTLER (1997), "Monetary Policy Rules in Practice: Some International Evidence", CEPR Discussion Paper n° 1750.
- [11] CÔTÉ, A., et T. MACKLEM (1995), "The Determination of Interest Rates and the Exchange Rate in the Bank of Canada's Quarterly Projection Model", mimeo Banque du Canada.
- [12] COX, J.C., J.E. INGERSOLL et S.A. ROSS (1985), "A Theory of the Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, 2, 385-407.
- [13] EVANS, M.D.D., et K.K. LEWIS (1994), "Do Stationary Risk Premia Explain It All? ", *Journal of Monetary Economics*, 33(2), 285-318.
- [14] FAMA, E.F. (1984), "The Information in the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, 13(4), 509-528.
- [15] FAMA, E.F., et R.R. BLISS (1987), "The Information in Long-Maturity Forward Rates", *American Economic Review*, 77(4), 680-692.
- [16] FULLER, W.A. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*, New York, Wiley.
- [17] FUHRER, J.C. (1996), "Monetary Policy Shifts and Long-Term Interest Rates", *Quarterly Journal of Economics*, 61(4), 1183-1209.
- [18] GERLACH, S. (1996), "Monetary Policy and the Behaviour of Interest Rates: Are Long Rates Excessively Volatile? ", BIS Working Paper n° 34.
- [19] GERLACH, S., et F. SMETS (1997), "The Term Structure of Euro-Rates: Some Evidence in Support of the Expectations Hypothesis", *Journal of International Money and Finance*, 16(2), 305-321.
- [20] HALL, A.D., H.M. ANDERSON, et C.W.J. GRANGER (1992), "A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields", *Review of Economics and Statistics*, 74, 116-126.
- [21] HAMILTON, J. (1989), "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", *Econometrica*, 57, 357-384.
- [22] HARDOUVELIS, G.A. (1994), "The Term Structure Spread and Future Changes in Long and Short Rates in the G7 Countries", *Journal of Monetary Economics*, 33(2), 255-283.
- [23] HURN, A.S., T. MOODY et V.A. MUSCATELLI (1995), "The Term Structure of Interest Rates in the London Interbank Market", *Oxford Economic Papers*, 47(3), 418-436.
- [24] JACQ, P., E. JONDEAU et F. SEDILLOT (1993), "Les politiques monétaires au sein du SME", *Économie et Prévision*, 109(3), 54-74.
- [25] JONDEAU, E., et R. RICART (1996), "The Expectation Theory: Tests on French, German, and American Euro-Rates", Banque de France, NER #35.

- [26] JONDEAU, E., et R. RICART (1997), “Le contenu en information de la pente des taux: application au cas des titres publics français”, Banque de France, NER #43, à paraître dans *Economie et Prévision*.
- [27] JORION, P., et F.S. MISHKIN (1991), “A Multicountry Comparison of Term-Structure Forecasts at Long Horizons”, *Journal of Financial Economics*, 29(1), 59-80.
- [28] KOZICKI, S., D. REIFSCHNEIDER et P.A. TINSLEY (1995), “The Behavior of Long-Term Interest Rates in the FRB/US Model”, mimeo Federal Reserve Board.
- [29] KOZICKI, S., et P.A. TINSLEY (1996), “Moving Endpoints and the Internal Consistency of Agents’ ex ante Forecasts”, Federal Reserve Board, Finance and Economics Discussion Series, 1996-59.
- [30] LONGSTAFF, F., et E. SCHWARTZ (1992), “Interest Rate Volatility and the Term Structure: A Two-Factor General Equilibrium Model”, *Journal of Finance*, 47, 1259-1282.
- [31] MANKIW, N.G., et J.A. MIRON (1986), “The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates”, *Quarterly Journal of Economics*, 101(2), 211-228.
- [32] MCCALLUM, B. (1994), “Monetary Policy and the Term Structure of Interest Rates”, NBER Working Paper n° 4938.
- [33] MISHKIN, F.S. (1988), “The Information in the Term Structure: Some Further Results”, *Journal of Applied Econometrics*, 3, 307-314.
- [34] NELSON, C.R., et A.F. SIEGEL (1987), “Parsimonious Modeling of Yield Curves”, *Journal of Business*, 60(4), 473-489.
- [35] PERRON, P. (1989), “The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis”, *Econometrica*, 57, 1361-1401.
- [36] RICART, R., et P. SICSIC (1995), “Estimation d’une structure par terme des taux d’intérêt sur données françaises”, Banque de France, *Bulletin mensuel*, octobre.
- [37] ROBERDS, W., D. RUNKLE et C.H. WHITEMAN (1996), “A Daily View of Yield Spreads and Short-Term Interest Rate Movements”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 28(1), 34-53.
- [38] RUDEBUSCH, G.D. (1995), “Federal Reserve Interest Rate Targeting, Rational Expectations, and the Term Structure”, *Journal of Monetary Economics*, 35(2), 245-274.
- [39] SCHAEFER, S., et E. SCHWARTZ (1984), “A Two-Factor Model of the Term Structure: An Approximate Analytical Solution”, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 19(4), 413-424.

- [40] SHEA, G.S. (1992), “Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-Rate Term Structure: An Analysis of Cointegration Vectors”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10(3), 347-366.
- [41] SHILLER, R.J. (1979), “The Volatility of Long-Term Interest Rates and Expectations Models of the Term Structure”, *Journal of Political Economy*, 87(6), 1190-1219.
- [42] SHILLER, R.J. (1981), “The Use of Volatility Measures in Assessing Market Efficiency”, *Journal of Finance*, 36(2), 291-304.
- [43] SHILLER, R.J., J.Y. CAMPBELL et K.L. SCHOENHOLTZ (1983), “Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates”, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 173-217.
- [44] SVENSSON, L.E.O. (1994), “Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992 - 1994”, CEPR Discussion Paper n° 1051.
- [45] TAYLOR, J.B. (1993), “Discretion Versus Policy Rules in Practice”, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 39, 195-214.
- [46] VASICEK, O. (1977), “An Equilibrium Characterization of the Term Structure”, *Journal of Financial Economics*, 5, 177-188.

Tableau 1: Modèles de prévision du taux court (1960-96)

	France	Allemagne
<b>Modèle stationnaire</b> (équation (a))		
$\mu_1$	0,610 (0,263)	0,568 (0,182)
$\alpha$	-0,073 (0,029)	-0,091 (0,027)
$b_1$	0,192 (0,083)	0,438 (0,076)
$\bar{R}^2$	0,052	0,206
see	1,110	0,836
DW	2,001	2,155
<b>Modèle non-stationnaire</b> (équation(b))		
$\mu_1$	-0,003 (0,095)	0,002 (0,073)
$b_1$	0,155 (0,084)	0,391 (0,078)
$\bar{R}^2$	0,017	0,147
see	1,130	0,866
DW	1,988	2,066
<b>Modèles avec anticipations des marchés</b> (équation(c))		
$\mu_1$	-0,069 (0,092)	-0,033 (0,070)
$\alpha$	-0,234 (0,062)	-0,137 (0,036)
$b_1$	0,257 (0,084)	0,377 (0,081)
$b_2$	—	0,203 (0,086)
$\bar{R}^2$	0,103	0,224
see	1,080	0,826
DW	1,995	1,957

**Note:** Le nombre de retards du polynôme autorégressif est sélectionné de façon à minimiser le critère BIC. Les équations estimées sont respectivement :

$$b(L) \Delta r_t = \mu_1 + \alpha r_{t-1} + e_t \quad (\text{a})$$

$$b(L) \Delta r_t = \mu_1 + e_t \quad (\text{b})$$

$$b(L) \Delta r_t = \mu_1 + \alpha (r_{t-1} - \hat{r}_{t-1}^\infty) + e_t. \quad (\text{c})$$

Tableau 2: RMSE et statistique de Theil (1960-96)

<b>pays</b> (horizon en trimestres)	modèle	modèle		anticipations	
	non-stationnaire RMSE	stationnaire RMSE	Theil	des marchés RMSE	Theil
<b>France</b>					
1	1,503	1,678	1,116	0,628	0,418
2	1,721	1,819	1,057	0,909	0,528
3	1,912	1,965	1,028	1,160	0,606
4	2,097	2,097	1,000	1,369	0,653
6	2,361	2,274	0,963	1,652	0,700
8	2,640	2,409	0,912	1,905	0,721
10	2,906	2,506	0,862	2,137	0,735
12	3,094	2,558	0,827	2,342	0,757
<b>Allemagne</b>					
1	1,993	0,805	0,404	0,693	0,348
2	2,036	0,853	0,419	0,822	0,404
3	2,102	0,917	0,436	0,954	0,454
4	2,206	0,993	0,450	1,069	0,484
6	2,464	1,114	0,452	1,282	0,520
8	2,744	1,193	0,434	1,420	0,517
10	2,924	1,220	0,417	1,514	0,518
12	3,084	1,228	0,398	1,638	0,531

**Note:** Les RMSE et les statistiques de Theil sont estimées à partir des relations (21) et (22). Le modèle de référence pour le calcul des statistiques de Theil est le modèle non-stationnaire.



## Annexe 1 : L'interpolation des courbes de taux

### La sélection des titres pour la France

Jusqu'au milieu des années quatre-vingt, le marché des titres publics français a reposé sur les anciennes catégories de titres et était à la fois peu liquide et peu homogène : coexistaient des rentes perpétuelles ou amortissables (jusqu'en 1987), des Emprunts d'Etat (à partir de 1976), mais également des titres plus spécifiques (comme les Obligations du Trésor ou les Emprunts Nationaux). De plus, ces catégories de titres n'étaient pas elles-mêmes homogènes, puisque de nombreuses clauses particulières pouvaient être incluses lors de l'émission d'un titre : possibilité offerte à l'émetteur de modifier le coupon à partir d'une certaine date, mode de remboursement (par tirage au sort, *in fine*, avec différé), report possible de l'amortissement, etc. Enfin, pour certains titres, des caractéristiques ont été modifiées par le Trésor Public au cours de la vie du titre : remboursement anticipé, réévaluation du capital remboursé. Du fait de ces nombreuses spécificités, les rendements de ces différentes catégories de titres sont souvent peu comparables.

Les courbes de taux ont été reconstituées à partir des titres obligataires, à taux fixe, émis en franc par l'Etat français, et cotés sur la place de Paris<sup>7</sup>. Cette définition regroupe pour l'essentiel les rentes (perpétuelles ou amortissables), les Emprunts d'Etat et les OAT. Néanmoins, un certain nombre d'ajustements ont été nécessaires pour obtenir une certaine cohérence entre les caractéristiques principales des titres émis. Les rentes ont ainsi dû être supprimées des interpolations, du fait de la difficulté à évaluer leur rendement *ex post* (clauses particulières apparues après l'émission du titre, remboursement avant l'échéance). De plus, les volumes de transaction étaient réduits ce qui pouvait conduire à des cotations aberrantes. De même, les titres remboursés par tirage au sort, les Emprunts d'Etat avec paiement différé des premiers coupons ou les OAT avec option d'échange ont été exclus des interpolations.

Le début des années quatre-vingt (de 1980 à 1983) a nécessité un traitement spécifique pour l'estimation de la partie courte de la courbe. En effet, la mise en place des différents filtres indiqués ci-dessus conduit à un nombre insuffisant de titres publics de maturité résiduelle courte (typiquement, à moins de deux ans). Ce problème est accentué par l'absence de titres publics de court terme cotés (les Bons du Trésor Négociables n'étant apparus qu'en 1986). La solution adoptée consiste à inclure dans les interpolations les taux du marché interbancaire (taux au jour le jour, taux à 7 jours, 1 mois, 3 mois, 6 mois et 1 an) et à imposer l'ancrage de la partie courte de la courbe estimée au taux le plus court du marché (le taux au jour le jour). A partir de 1984, l'existence de titres publics de maturité résiduelle courte a permis d'éviter le recours aux taux du marché interbancaire<sup>8</sup>.

---

<sup>7</sup>Cette définition ne prend pas en compte notamment les Bons du Trésor Négociables, émis à partir de 1986. Deux raisons expliquent ce choix. D'une part, il n'existe pas, à notre connaissance, d'historique de cotations des Bons du Trésor avant 1990. D'autre part, par souci de cohérence avec le début de la période, il est apparu préférable de ne pas utiliser ces titres de court ou moyen terme, même quand cela était possible.

<sup>8</sup>Le taux au jour le jour a toutefois été conservé pour les interpolations, de façon à assurer

Le nombre de titres retenus pour les interpolations augmente très nettement à partir de 1985 : entre 1980 et 1983, 10 taux ont été pris en compte en moyenne (y compris les taux du marché interbancaire), contre 18 en moyenne entre 1984 et 1989 et 20 en moyenne entre 1990 et 1996. Les courbes de taux pour le début de la période (jusqu'en 1983), interpolées à partir d'un nombre assez faible de titres, doivent être considérées avec prudence.

## La sélection des titres pour l'Allemagne

Les titres utilisés pour les estimations des courbes de taux allemandes sont les obligations et les bons émis par la République Fédérale d'Allemagne. Ils incluent les obligations émises par la République Fédérale d'Allemagne ("Anleihen der Bundesrepublik Deutschland"), les obligations émises par le Fonds pour l'Unité Allemande ("Anleihen der Bundesrepublik Deutschland – Fonds Deutsche Einheit"), les obligations émises par le Fonds Spécial ERP ("Anleihen der Bundesrepublik Deutschland – ERP-Sondervermögen"), les obligations émises par la Treuhandanstalt ("Anleihen der Treuhandanstalt"), les obligations fédérales spéciales à 5 ans ("Bundesobligationen"), les obligations spéciales de la Treuhandanstalt à 5 ans ("Treuhandobligationen"), les bons du trésor fédéral ("Schatzanweisungen des Bundes").

Nous avons sélectionné des titres à maturité fixe et coupon annuel. Le nombre de titres utilisés pour les estimations apparaît suffisamment large : de 60 en 1980 à environ 100 après 1984. Le nombre de titres de maturité résiduelle courte est faible pour certaines dates au début des années 1980, mais jamais aussi faible que pour les données françaises. Nous n'avons donc pas inclus les titres du marché interbancaire pour les estimations.

## Méthode d'interpolation des courbes de taux

Les courbes de taux zéro-coupon sont extraites des taux de rendement actuariel des titres publics sélectionnés. L'interpolation est fondée sur la démarche initialement proposée par Nelson et Siegel (1987). Les caractéristiques de la fonction d'interpolation ainsi que les principales étapes de la méthode peuvent être résumées de la manière suivante<sup>9</sup>. Le taux d'intérêt zéro-coupon s'exprime comme une fonction non linéaire de la durée de vie résiduelle du titre :

$$R_{z,t}^{(m)}(\alpha) = \lambda_1 + \lambda_2 \frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau} + \lambda_3 \left( \frac{1 - e^{-m/\tau}}{m/\tau} - e^{-m/\tau} \right) \quad (23)$$

où  $R_{z,t}^{(m)}(\alpha)$  est le taux zéro-coupon théorique (exprimé en temps continu) à la date  $t$  pour un titre de maturité résiduelle  $m$  et un vecteur de paramètres  $\alpha = \{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \tau\}$  donné. Cette fonction d'interpolation présente trois propriétés remarquables :

---

l'ancrage de la courbe sur le taux le plus court du marché. Il faut noter que, comme nous ne nous intéressons pas aux maturités les plus courtes (moins d'un an), cette approximation sur la partie courte de la courbe n'est sans doute pas déterminante.

<sup>9</sup>La méthodologie détaillée est présentée dans Ricart et Sicsic (1995). Svensson (1994) a proposé une extension de la méthode de Nelson et Siegel, permettant la présence d'un second point de retournement dans la partie courte de la courbe de taux. Compte tenu de l'absence de marché des titres de court terme, cette "augmentation" n'a pas paru opportune.

- $\lambda_1$  est le taux d'intérêt à un horizon infini ;
- $(\lambda_1 + \lambda_2)$  représente le taux d'intérêt instantané ;
- le couple  $(\lambda_3, \tau)$  permet de rendre compte de la présence éventuelle d'une inflexion dans la courbe de taux.

Les courbes de taux issues de cette interpolation ont donc trois composantes : un niveau (représenté par  $\lambda_1$ ) ; une pente (représentée par  $\lambda_2$ ) ; et une convexité (représentée par  $\lambda_3$  et  $\tau$ ).

La deuxième propriété permet de contraindre aisément l'estimation du paramètre  $\lambda_2$  de telle sorte que  $(\lambda_1 + \lambda_2)$  soit égal, par construction, au taux le plus court du marché (ici, le taux au jour le jour du marché interbancaire). En période de tensions monétaires, cette possibilité apparaît empiriquement très importante lorsque le nombre de titres disponibles sur le segment court de la courbe des taux est réduit.

A partir de la formule usuelle de valorisation d'une obligation, on peut exprimer le prix théorique d'un titre donné sous la forme :

$$P_t^{(m)}(\alpha) = \sum_{k=0}^M c \exp\left(- (k + f) R_{z,t}^{(k+f)}(\alpha)\right) + 100 \exp\left(-m R_{z,t}^{(m)}(\alpha)\right) \quad (24)$$

où  $c$  est le coupon,  $P_t^{(m)}(\alpha)$  est le prix théorique (exprimé en pourcentage du nominal),  $M$  est le nombre d'années entières restant à courir et  $f = m - M$  la fraction d'année complémentaire. On déduit alors les taux de rendement actuariel théoriques (exprimé en temps discret)  $y_t^{(m)}(\alpha)$  des titres observés, en résolvant l'équation suivante :

$$P_t^{(m)}(\alpha) = \sum_{k=0}^M \frac{c}{\left(1 + y_t^{(m)}(\alpha)\right)^{k+f}} + \frac{100}{\left(1 + y_t^{(m)}(\alpha)\right)^m}. \quad (25)$$

Un critère de minimisation de la somme des carrés des résidus peut alors être appliqué sur les rendements afin d'estimer les paramètres  $\alpha$  du modèle :

$$\min_{\{\alpha\}} \sum_{k=1}^{K_t} \left\{ \left( \tilde{y}_{k,t}^{(m)} - y_{k,t}^{(m)}(\alpha) \right) \right\}^2 \quad (26)$$

où  $\tilde{y}_{k,t}^{(m)}$  est le taux de rendement actuariel observé du titre  $k$ , de maturité résiduelle  $m$ , à la date  $t$  ;  $y_{k,t}^{(m)}(\alpha)$  est le taux de rendement actuariel théorique du titre  $k$  ;  $K_t$  est le nombre de titres retenus pour l'interpolation à la date  $t$ . Le vecteur de paramètres  $\alpha$  est donc estimé, séparément, pour chaque date  $t$ .

## Annexe 2 : RMSE et statistiques de Theil hors échantillon

L'étude de la validité des prévisions peut être menée à partir de simulations hors échantillon. Le principe de cet exercice est, pour chaque trimestre  $t$  de l'échantillon à partir du premier trimestre 1975, d'estimer le modèle sur la période allant de 1960 à  $t$ , de procéder à des simulations dynamiques à un trimestre ( $t + 1$ ), à un an ( $t + 4$ ) et à trois ans ( $t + 12$ ), de stocker les erreurs de prévision, et de calculer les RMSE et les statistiques de Theil à partir de ces erreurs de prévision sur la période 1975-96. Cette démarche permet de comparer les différentes spécifications dans des conditions réelles de prévision.

La difficulté de cette approche réside dans le calcul de la constante de normalisation, la prime de risque. La prime de risque à la date  $t$  est évaluée ici de façon à ce que les moyennes des taux longs et de leurs simulations, calculées sur la période allant de 1975 à  $t$ , soient égales, c'est-à-dire :

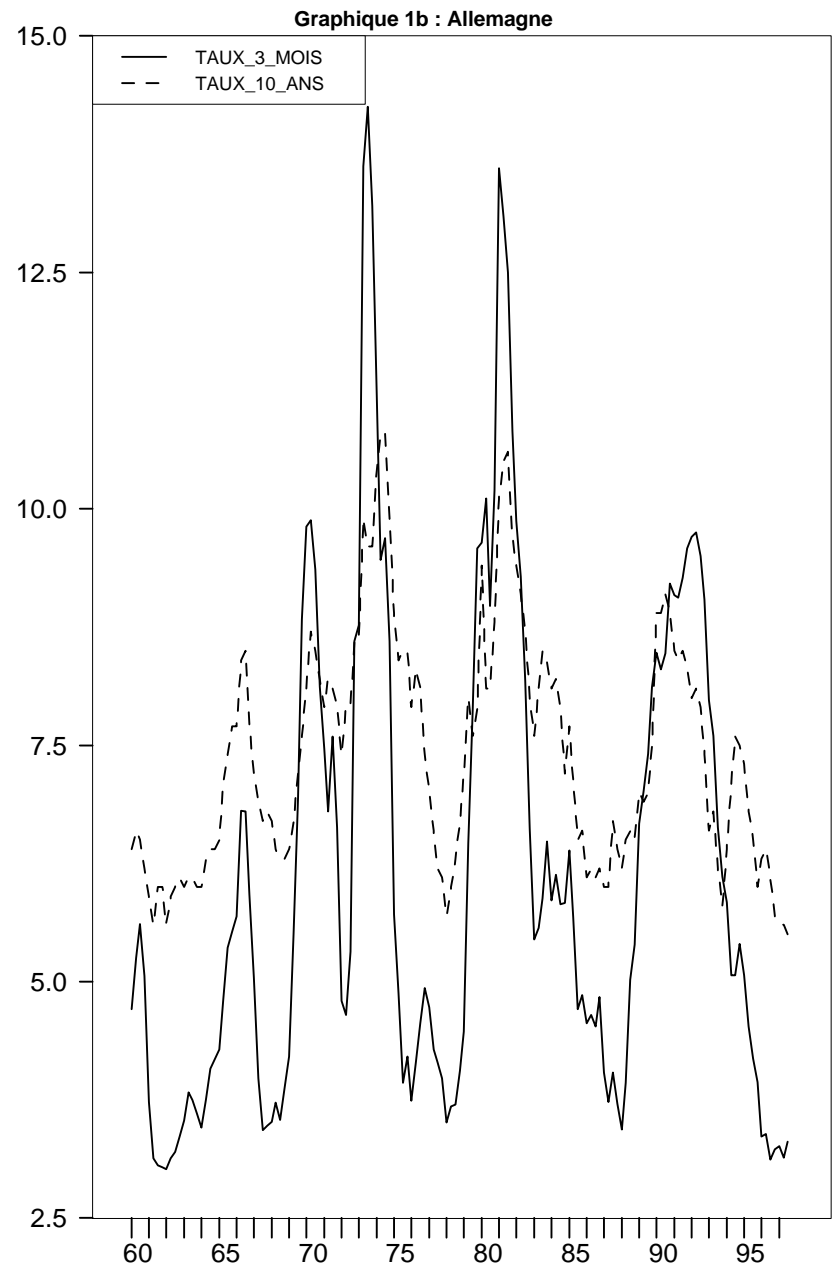
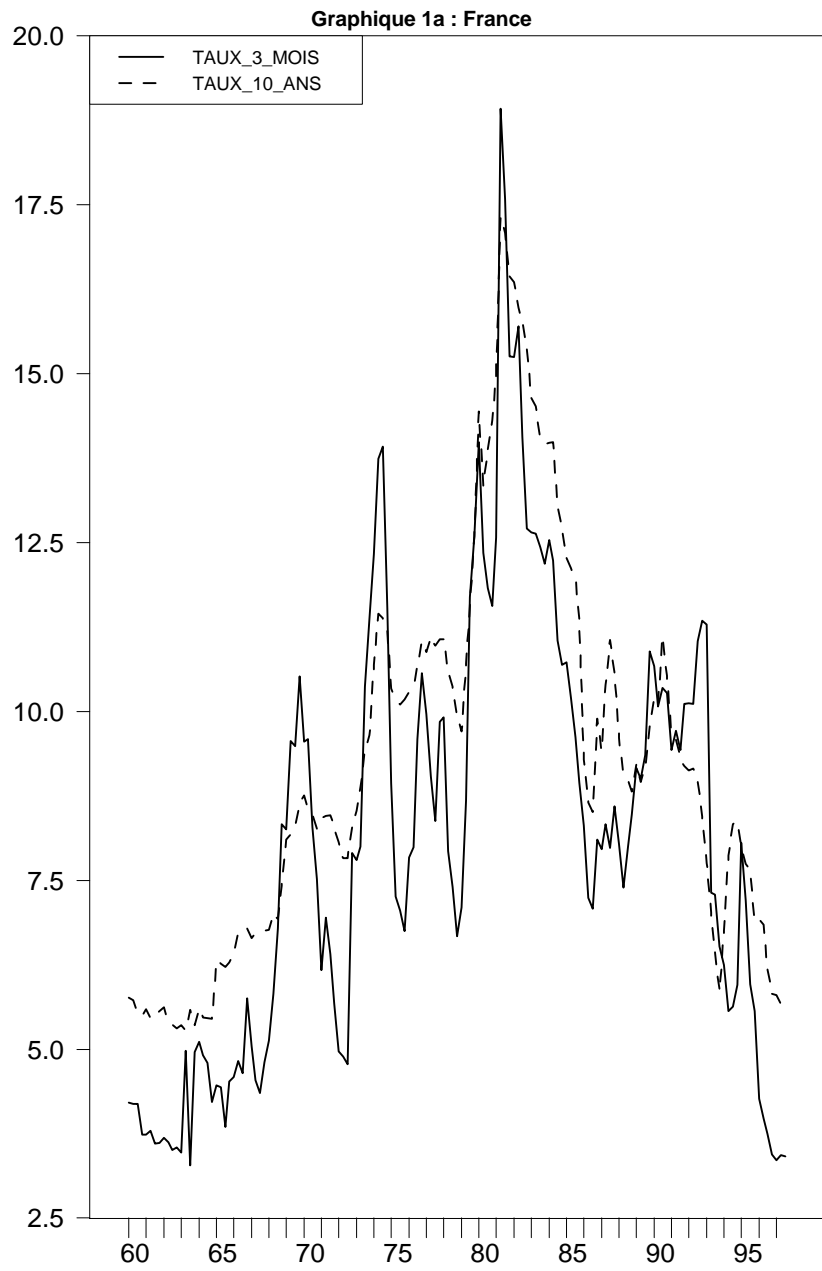
$$\hat{\varphi}_t = \frac{1}{t - t_0 + 1} \sum_{\tau=t_0}^t (R_{\tau} - R_{\tau/\tau-1}) \quad \text{avec } t_0 = 75: 1. \quad (27)$$

Tableau A1: RMSE et statistiques de Theil hors échantillon

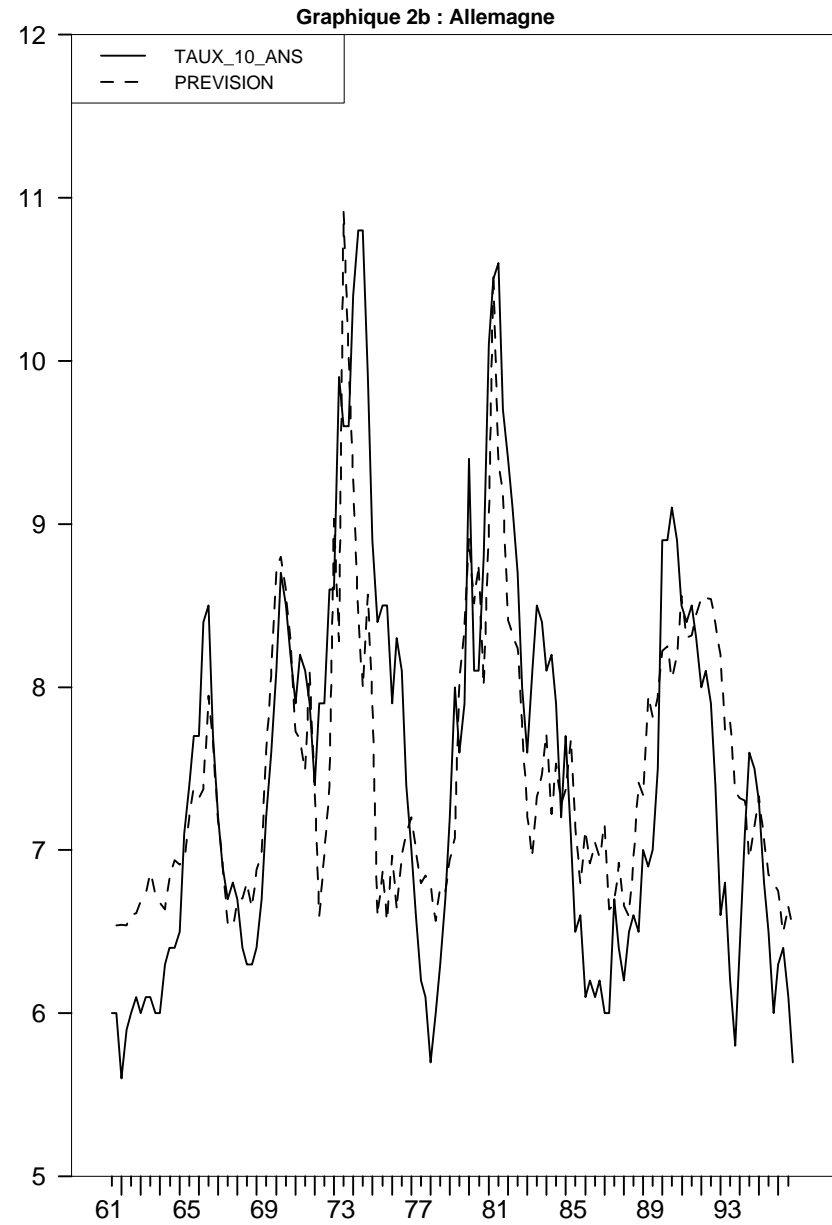
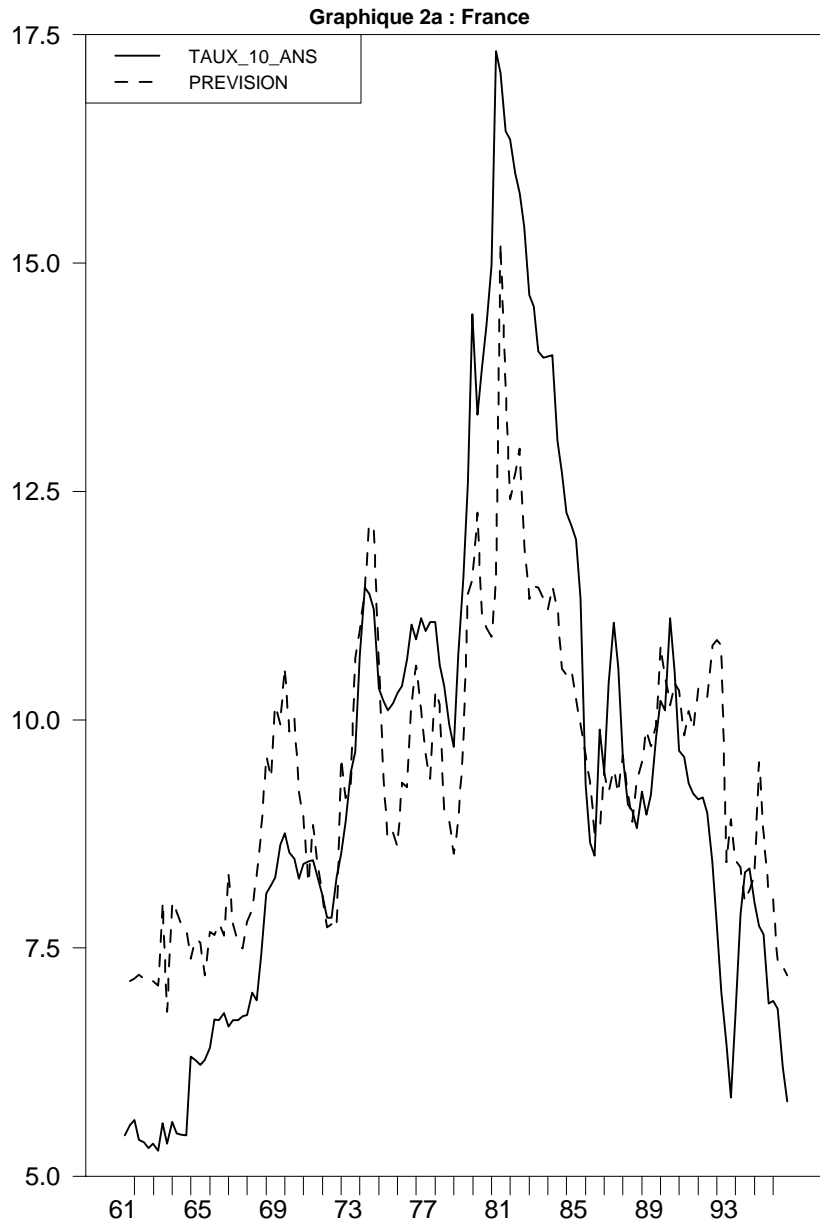
	modèle non-stationnaire RMSE	modèle stationnaire RMSE	Theil	anticipations des marchés RMSE	Theil
<b>France</b>					
<i>en échantillon</i>					
- 1 trimestre	1,50	1,68	1,12	0,63	0,42
- 1 an	2,10	2,10	1,00	1,37	0,65
- 3 ans	3,09	2,56	0,83	2,34	0,76
<i>hors échantillon</i>					
- 1 trimestre	1,51	1,81	1,20	0,77	0,51
- 1 an	2,31	2,47	1,07	1,61	0,70
- 3 ans	3,52	3,35	0,95	2,82	0,80
<b>Allemagne</b>					
<i>en échantillon</i>					
- 1 trimestre	1,99	0,81	0,40	0,69	0,35
- 1 an	2,21	0,99	0,45	1,07	0,48
- 3 ans	3,08	1,23	0,40	1,64	0,53
<i>hors échantillon</i>					
- 1 trimestre	1,94	0,80	0,41	0,76	0,39
- 1 an	2,15	1,05	0,51	1,16	0,54
- 3 ans	3,07	1,38	0,45	1,79	0,58

**Note:** Les RMSE et les statistiques de Theil sont calculées sur la période allant de 1975 à 1996. Les primes de risque hors échantillon sont calculées à partir de (27).

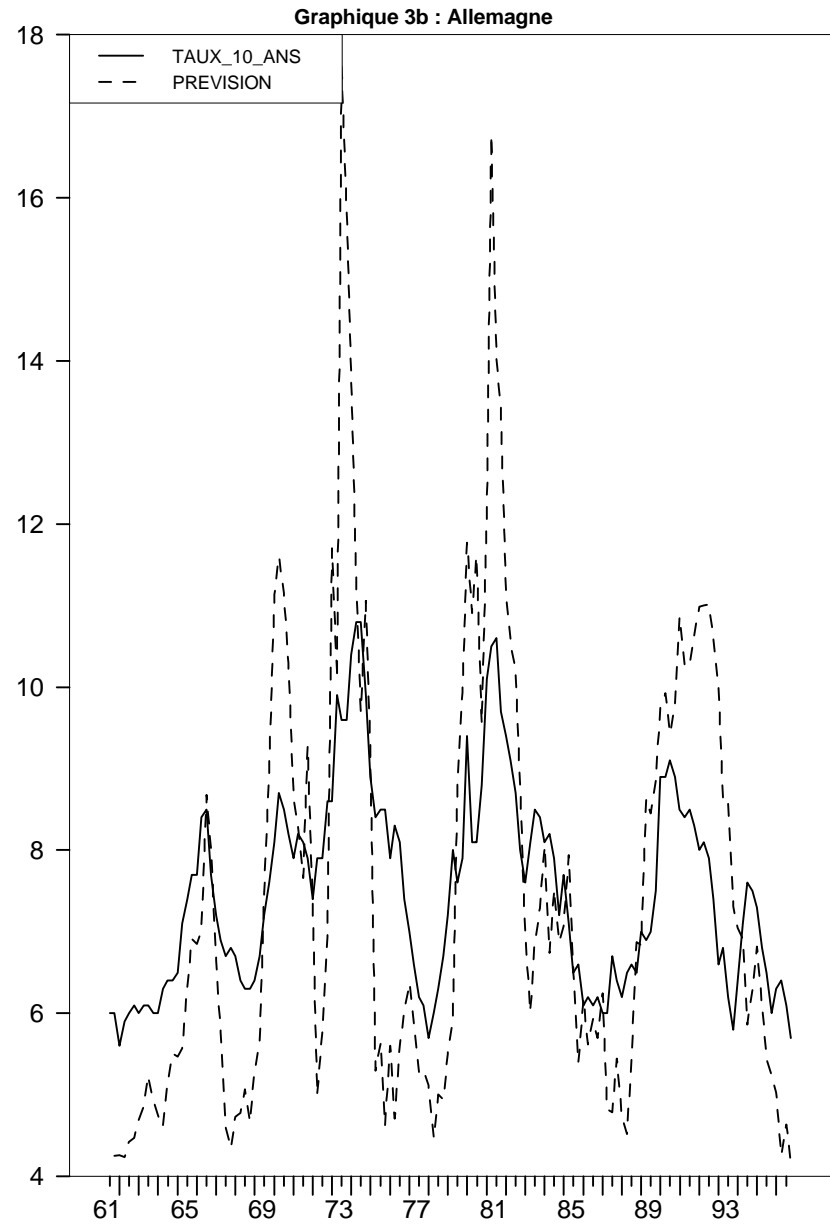
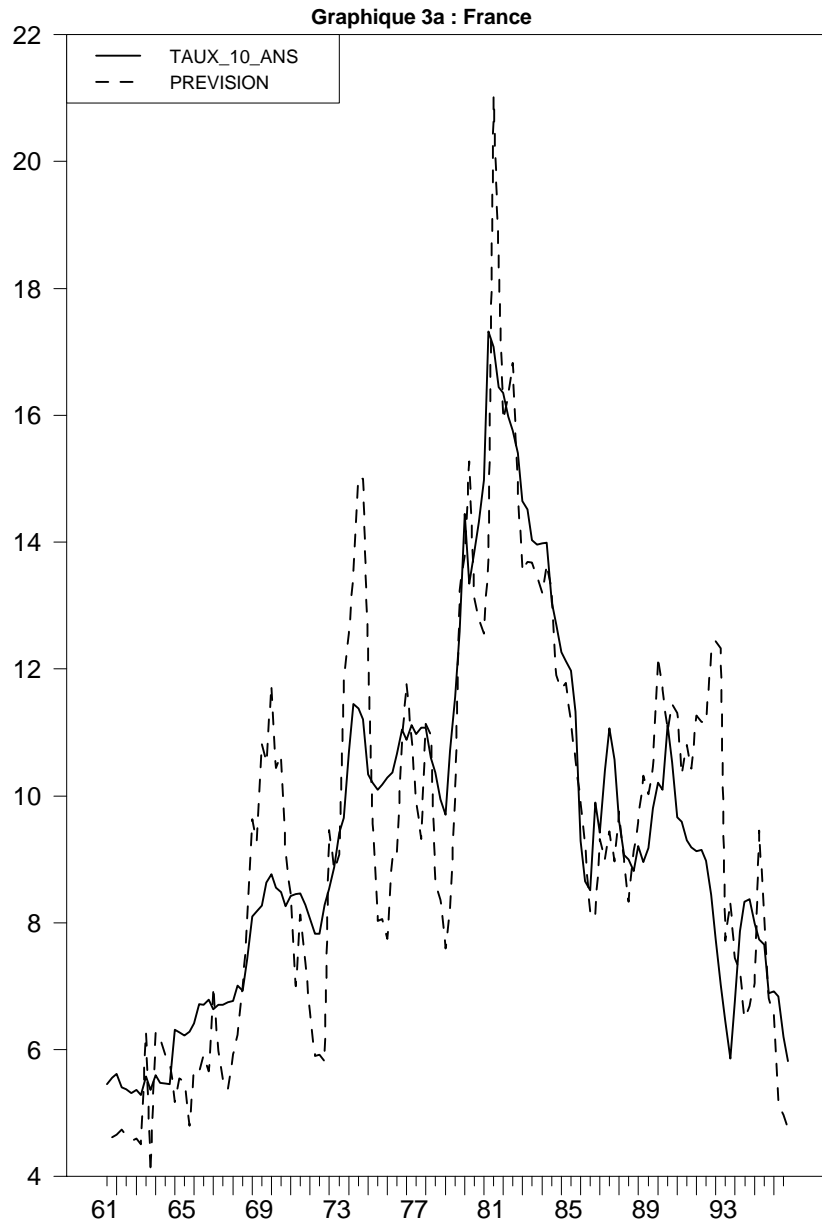
# Graphique 1 : Taux d'intérêt



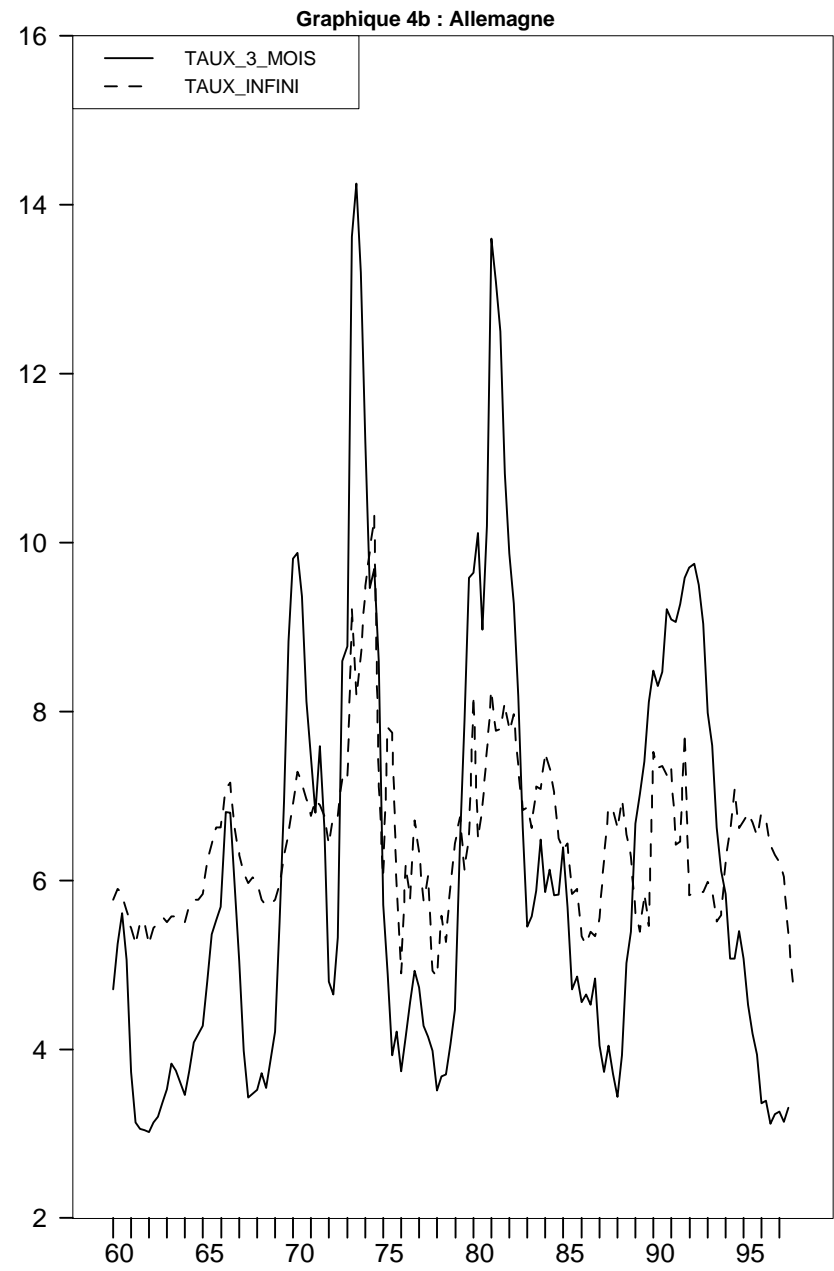
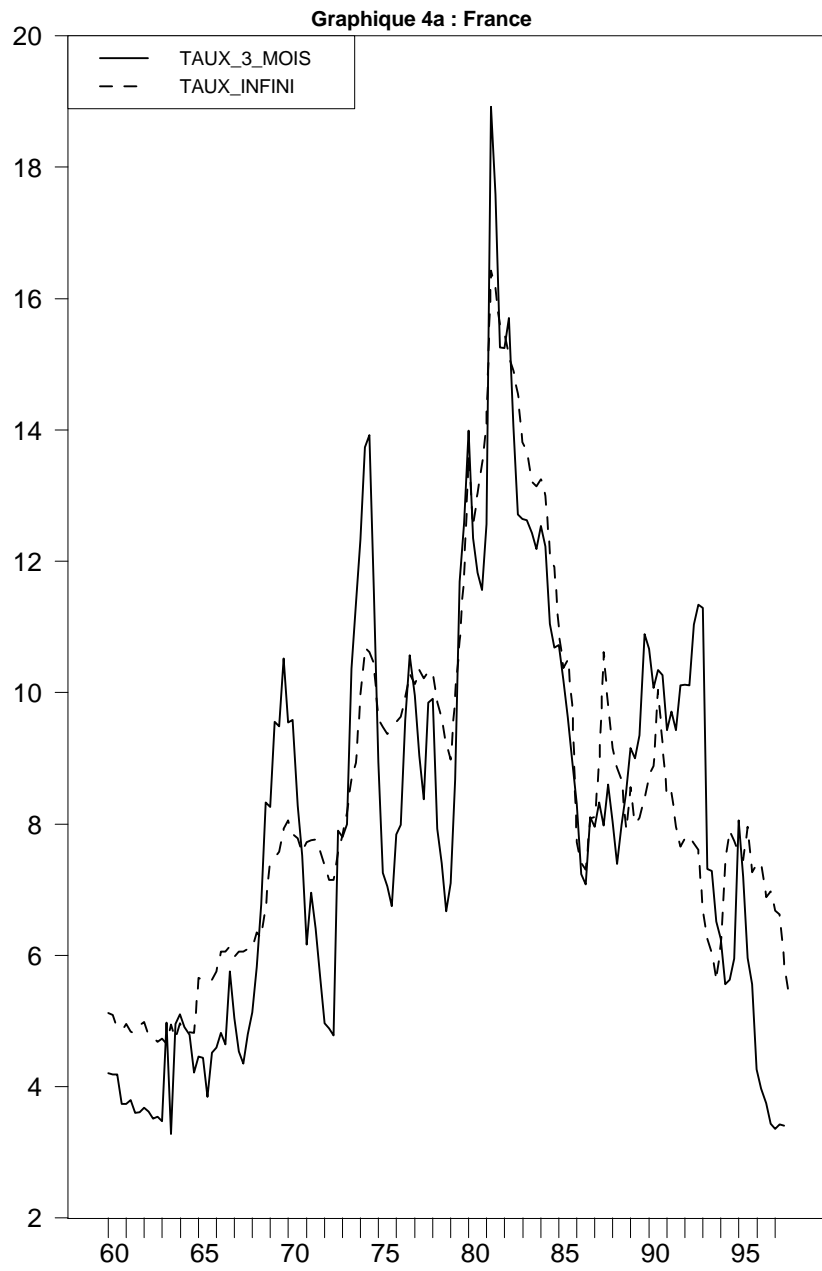
## Graphique 2 : Prédiction du taux long à partir d'un AR stationnaire pour le taux court



### Graphique 3 : Prédiction du taux long à partir d'un AR non-stationnaire pour le taux court

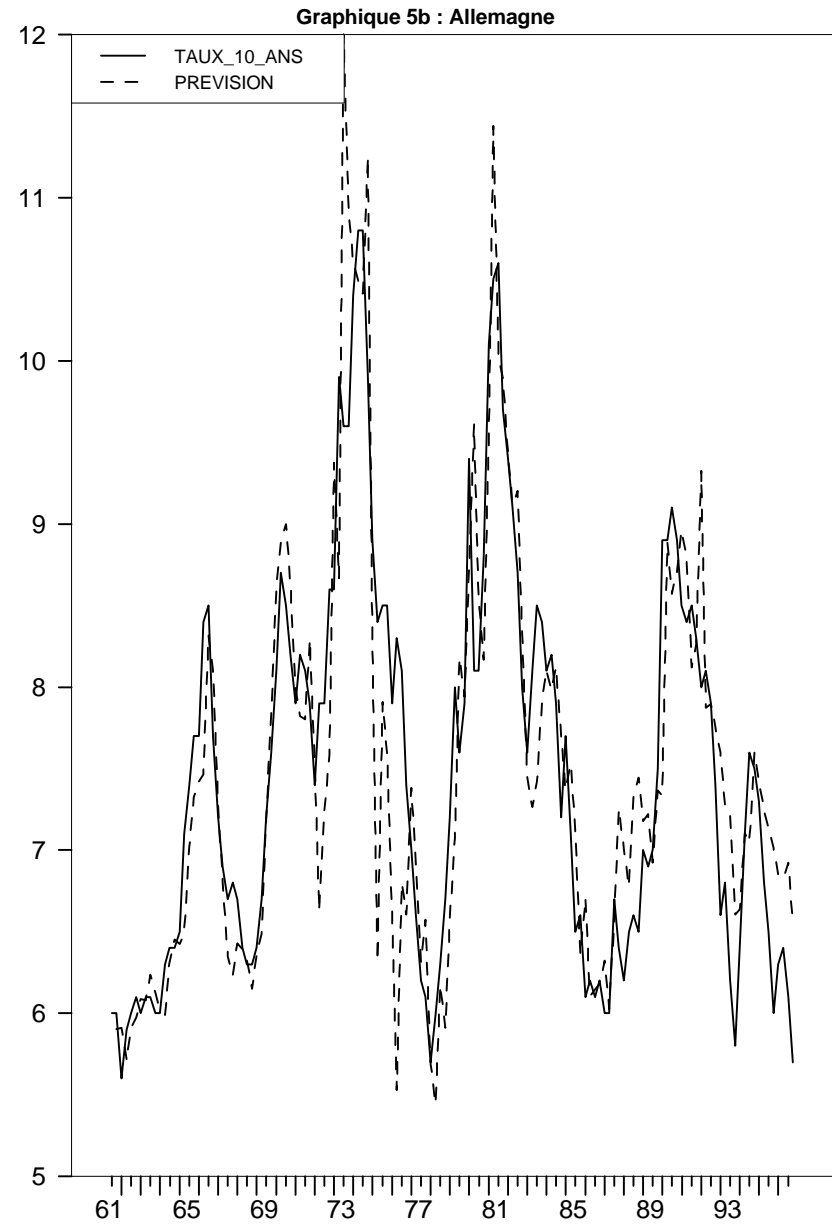
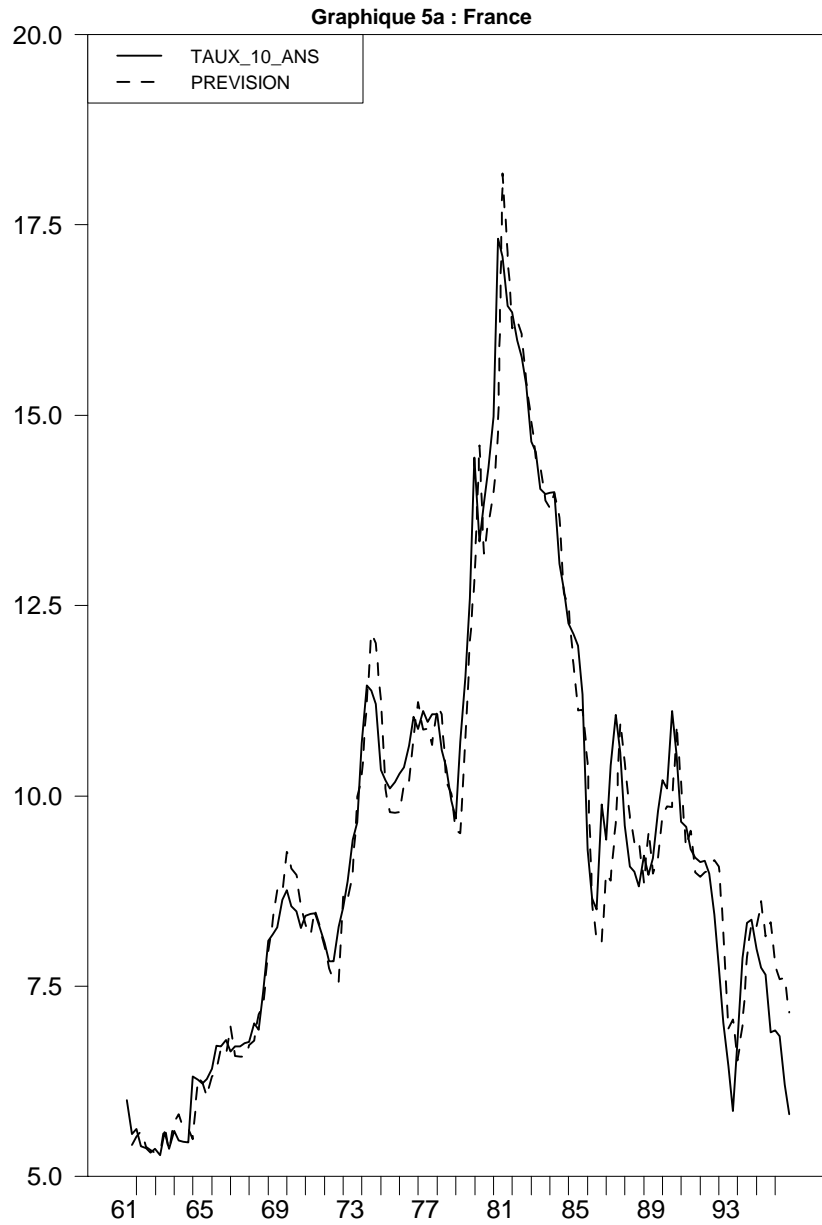


# Graphique 4 : Anticipation de long terme du taux court





## Graphique 5 : Prédiction du taux long à partir des anticipations des marchés



## Notes d'Études et de Recherche

1. C. Huang and H. Pagès, "Optimal Consumption and Portfolio Policies with an Infinite Horizon: Existence and Convergence," May 1990.
2. C. Bordes, « Variabilité de la vitesse et volatilité de la croissance monétaire : le cas français », février 1989.
3. C. Bordes, M. Driscoll and A. Sauviat, "Interpreting the Money-Output Correlation: Money-Real or Real-Real?," May 1989.
4. C. Bordes, D. Goyeau et A. Sauviat, « Taux d'intérêt, marge et rentabilité bancaires : le cas des pays de l'OCDE », mai 1989.
5. B. Bensaïd, S. Federbusch et R. Gary-Bobo, « Sur quelques propriétés stratégiques de l'intéressement des salariés dans l'industrie », juin 1989.
6. O. De Bandt, « L'identification des chocs monétaires et financiers en France : une étude empirique », juin 1990.
7. M. Boutillier et S. Dérangère, « Le taux de crédit accordé aux entreprises françaises : coûts opératoires des banques et prime de risque de défaut », juin 1990.
8. M. Boutillier and B. Cabrillac, "Foreign Exchange Markets: Efficiency and Hierarchy," October 1990.
9. O. De Bandt et P. Jacquinot, « Les choix de financement des entreprises en France : une modélisation économétrique », octobre 1990 (English version also available on request).
10. B. Bensaïd and R. Gary-Bobo, "On Renegotiation of Profit-Sharing Contracts in Industry," July 1989 (English version of NER n° 5).
11. P. G. Garella and Y. Richelle, "Cartel Formation and the Selection of Firms," December 1990.
12. H. Pagès and H. He, "Consumption and Portfolio Decisions with Labor Income and Borrowing Constraints," August 1990.
13. P. Sicsic, « Le franc Poincaré a-t-il été délibérément sous-évalué ? », octobre 1991.
14. B. Bensaïd and R. Gary-Bobo, "On the Commitment Value of Contracts under Renegotiation Constraints," January 1990 revised November 1990.
15. B. Bensaïd, J.-P. Lesne, H. Pagès and J. Scheinkman, "Derivative Asset Pricing with Transaction Costs," May 1991 revised November 1991.
16. C. Monticelli and M.-O. Strauss-Kahn, "European Integration and the Demand for Broad Money," December 1991.
17. J. Henry and M. Phelipot, "The High and Low-Risk Asset Demand of French Households: A Multivariate Analysis," November 1991 revised June 1992.
18. B. Bensaïd and P. Garella, "Financing Takeovers under Asymmetric Information," September 1992.

19. A. de Palma and M. Uctum, "Financial Intermediation under Financial Integration and Deregulation," September 1992.
20. A. de Palma, L. Leruth and P. Régibeau, "Partial Compatibility with Network Externalities and Double Purchase," August 1992.
21. A. Frachot, D. Janci and V. Lacoste, "Factor Analysis of the Term Structure: a Probabilistic Approach," November 1992.
22. P. Sicsic et B. Villeneuve, « L'Afflux d'or en France de 1928 à 1934 », janvier 1993.
23. M. Jeanblanc-Picqué and R. Avesani, "Impulse Control Method and Exchange Rate," September 1993.
24. A. Frachot and J.-P. Lesne, "Expectations Hypothesis and Stochastic Volatilities," July 1993 revised September 1993.
25. B. Bensaid and A. de Palma, "Spatial Multiproduct Oligopoly," February 1993 revised October 1994.
26. A. de Palma and R. Gary-Bobo, "Credit Contraction in a Model of the Banking Industry," October 1994.
27. P. Jacquinet et F. Mihoubi, « Dynamique et hétérogénéité de l'emploi en déséquilibre », septembre 1995.
28. G. Salmat, « Le retournement conjoncturel de 1992 et 1993 en France : une modélisation V.A.R. », octobre 1994.
29. J. Henry and J. Weidmann, "Asymmetry in the EMS Revisited: Evidence from the Causality Analysis of Daily Eurorates," February 1994 revised October 1994.
30. O. De Bandt, "Competition Among Financial Intermediaries and the Risk of Contagious Failures," September 1994 revised January 1995.
31. B. Bensaid et A. de Palma, « Politique monétaire et concurrence bancaire », janvier 1994 révisé en septembre 1995.
32. F. Rosenwald, « Coût du crédit et montant des prêts : une interprétation en terme de canal large du crédit », septembre 1995.
33. G. Cette et S. Mahfouz, « Le partage primaire du revenu : constat descriptif sur longue période », décembre 1995.
34. H. Pagès, "Is there a Premium for Currencies Correlated with Volatility ? Some Evidence from Risk Reversals," January 1996.
35. E. Jondeau and R. Ricart, "The Expectations Theory : Tests on French, German and American Euro-rates," June 1996.
36. B. Bensaid et O. De Bandt, « Les stratégies "stop-loss" : théorie et application au Contrat Notionnel du Matif », juin 1996.
37. C. Martin et F. Rosenwald, « Le marché des certificats de dépôts. Écarts de taux à l'émission : l'influence de la relation émetteurs-souscripteurs initiaux », avril 1996.

38. Banque de France - CEPREMAP - Direction de la Prévision - Erasme - INSEE - OFCE, « Structures et propriétés de cinq modèles macroéconomiques français », juin 1996.
39. F. Rosenwald, « L'influence des montants émis sur le taux des certificats de dépôts », octobre 1996.
40. L. Baumel, « Les crédits mis en place par les banques AFB de 1978 à 1992 : une évaluation des montants et des durées initiales », novembre 1996.
41. G. Cette et E. Kremp, « Le passage à une assiette valeur ajoutée pour les cotisations sociales : Une caractérisation des entreprises non financières "gagnantes" et "perdantes" », novembre 1996.
42. S. Avouyi-Dovi, E. Jondeau et C. Lai Tong, « Effets "volume", volatilité et transmissions internationales sur les marchés boursiers dans le G5 », avril 1997.
43. E. Jondeau et R. Ricart, « Le contenu en information de la pente des taux : Application au cas des titres publics français », juin 1997.
44. B. Bensaid et M. Boutillier, « Le contrat notionnel : Efficience et efficacité », juillet 1997.
45. E. Jondeau et R. Ricart, « La théorie des anticipations de la structure par terme : test à partir des titres publics français », septembre 1997.
46. E. Jondeau, « Représentation VAR et test de la théorie des anticipations de la structure par terme », septembre 1997.
47. E. Jondeau et M. Rockinger, « Estimation et interprétation des densités neutres au risque : Une comparaison de méthodes », octobre 1997.
48. L. Baumel et P. Sevestre, « La relation entre le taux de crédits et le coût des ressources bancaires. Modélisation et estimation sur données individuelles de banques », octobre 1997.
49. P. Sevestre, "On the Use of Banks Balance Sheet Data in Loan Market Studies : A Note," October 1997.
50. P.-C. Hautcoeur et P. Sicsic, "Threat of a Capital Levy, Expected Devaluation and Interest Rates in France during the Interwar Period," January 1998.
51. P. Jacquinet, « L'inflation sous-jacente à partir d'une approche structurelle des VAR : une application à la France, à l'Allemagne et au Royaume-Uni », janvier 1998.
52. C. Bruneau et O. De Bandt, « La modélisation VAR structurel : application à la politique monétaire en France », janvier 1998.
53. C. Bruneau et E. Jondeau, "Long-Run Causality, with an Application to International Links between Long-Term Interest Rates," June 1998.
54. S. Coutant, E. Jondeau et M. Rockinger, "Reading Interest Rate and Bond Futures Options' Smiles: How PIBOR and Notional Operators Appreciated the 1997 French Snap Election," June 1998.
55. E. Jondeau et F. Sédillot, « La prévision des taux longs français et allemands à partir d'un modèle à anticipations rationnelles », juin 1998.

Pour tous commentaires ou demandes sur les Notes d'Études et de Recherche, contacter la bibliothèque du Centre de recherche à l'adresse suivante :

For any comment or enquiries on the Notes d'Études et de Recherche, contact the library of the Centre de recherche at the following address:

BANQUE DE FRANCE  
41.1391 - Centre de recherche  
75 049 Paris CEDEX  
tél : 01 42 92 49 59